KOMUNIKÁCIE
COMMUNICATIONS

Martin Klimo *

# RIADENIE VÝSTUPNEJ PAMÄTE PRE CBR PREVÁDZKU

## PLAYOUT BUFFER CONTROL FOR CBR TRAFFIC

*Komunikačné siete založené na princípe prepojovania paketov prinášajú pri prenose nový druh skreslenia spojitého signálu, ktoré vzniká náhodným oneskorením paketov. Na elimináciu tohto skreslenia sa používa výstupná pamäť. Tento článok ukazuje spôsob, ako určiť zvyškové skreslenie vyjadrené odstupom signálu od šumu. Predpokladá sa prevádzka typu CBR a statické riadenie výstupnej pamäte.*

*Networks based on the packet switching principle introduce a new type of the continuous signal distortion which is caused by a random delay of packets. To eliminate this distortion, playout buffers are introduced. The paper presents a method how to evaluate the rest of this distortion in terms of Signal-to-Noise Ratio, when static policy is used for sample rate control in the case of CBR traffic.*

### 1. Úvod

Ak je signál prenášaný sieťou s prepojovaním kanálov, hlavná časť skreslenia je spôsobená aditívnym šumom. Vplyv aditívneho šumu na signál bol študovaný už dlhú dobu nielen teoreticky, ale aj prakticky. Pre hodnotenie kvality služby prenosu sa všeobecne používa odstup signálu od šumu. V paketových sieťach, ktoré používajú štatistický multiplex, nevyhnutne vzniká počas prenosu náhodné oneskorenie. Skúsenosti z počítačových sietí ukazujú, že pre prenos dát je dostatočnou charakteristikou stredné oneskorenie. To však nie je dostatočné v prípade prenosu hlasu, kedy chvenie buniek alebo paketov prináša nový druh skreslenia, ktoré doposiaľ nebolo teoreticky študované. Väčšina literatúry hľadá optimálnu stratégiu prevádzky vyrovnávacích pamätí v uzloch. V princípe, zmeny oneskorenia nie je možné úplne eliminovať. Nejaké chvenie celkového oneskorenia vždy ostáva a posledná možnosť, kde je možné zmenšiť ho, je výstupná vyrovnávacia pamäť a jej riadenie. Hlavný rozdiel medzi touto poslednou vyrovnávacou pamäťou a medziľahlými pamäťami v uzloch spočíva v tom, že jedine výstupná vyrovnávacia pamäť spracúva koncovú prevádzku. Táto má však podstatne chudobnejšiu paletu riadiacich nástrojov. Nemá k dispozícii možnosť použitia priorít, zmeny poradia alebo smerovania. Jedinými možnosťami je vkladanie a rušenie buniek, prípadne zmena intervalu medzi vzorkami. Tento typ vyrovnávacej pamäte sa volá playout buffer a jeho riadenie zmenou intervalu medzi vysielanými vzorkami je predmetom štúdia v tomto článku.

### 2. Chvenie oneskorenia

Uvažujme jednoduchý prenos signálu, v ktorom signál $s(t)$ je pravidelne vzorkovaný (CBR) a vzorky $s(n\Delta)$ sú prenášané (neuvažujeme kvantizačné skreslenie) sieťou ATM navzájom nezávisle. Blízko k uvedeným predpokladom je napr. prenos reči, v ktorom

### 1. Introduction

When the voice signal is transmitted over a circuit switched communication network, the main part of distortion is caused by noise. The impact of noise to the signal has been studied theoretically and in practice for a long time and the Signal-to-Noise Ratio (SNR) is broadly used as the Quality of Service (QOS) parameter. In the packet switched networks, where statistical multiplexing is used, random delay is introduced during the transmission. Experience in computer networks showed that average delay is sufficient QOS parameter when data are transmitted. But it is not sufficient, when voice is transmitted, and cell delay variation introduces a new type of distortion, which has not been theoretically studied yet. Anyway, a lot of strategies reducing delay variation are studied in the literature. Most of them are looking for optimal queueing strategy in node buffers. In principle, there is no possibility to eliminate delay variation totally. Some end-to-end delay variation remains and the last possibility how to reduce it consists of the last output buffer and its control. The main difference between this last buffer and intermediate buffers in the nodes is that the last buffer handles only one end-to-end traffic. It implicates only a limited palette of control tools. There are no more available tools like a priority system, sequencers, routers and the only control tools are cell insertion/discarding and intersample interval control. This type of buffer is called “playout buffer“, and its control by sample interval tuning is studied in this paper.

### 2. Sample delay variation

We assume a simple signal transmission when signal $s(t)$ is regularly sampled (CBR), and samples $s(n\Delta)$ are transmitted independently (quantizing error is omitted) over ATM network. Near these assumptions is for example PCM voice transmission,

* **Martin Klimo**
University of Žilina, Department of Information networks, SK-01026 Žilina, Slovak Republic
Tel.: +421-89-762 329, Fax +421-89-655 530, E-mail martin@frkis.utc.sk

PCM kanál 2 Mbits/s (30 hlasových kanálov) je mapovaný do 47 bytov ATM bunky. Sieť vnáša do prenosu náhodné oneskorenie a vzorky nie sú prijaté v správnom čase. Rozdiel medzi ekvidištantnými referenčnými okamžikmi a okamžikmi, kedy sú vzorky posielané poslucháčovi, považujeme za oneskorenie vzoriek.

*Predpoklad 1*

Nech je ergodický náhodný proces stacionárny v širšom zmysle s

- ohraničenou strednou hodnotou $|e_S| = |E[s(t)]| < +\infty$,
- kovariančnou funkciou $R_S(t) = E[s(0)\, s(t)]$, $t \in \Re$,
- ohraničenou strednou energiou $\sigma_s^2 = R_S(0) = E[s^2(t)] < +\infty$,
- ohraničeným výkonovým spektrom $\hat{s}(\omega) = 0$, $|\omega| \geq \Omega > 0$,

kde $\hat{s}(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} R_S(t) e^{-j\omega t}\, dt$, $\omega \in \Re$ je spektrálna výkonová hustota. Označenie $\Re = (-\infty, \infty)$ $Z = \{..., -1, 0, 1, ...\}$ znamená množinu reálnych resp. celých čísel.

Vzorkovacia teoréma [2] pre centrovaný náhodný proces:

if 2 Mbps sample stream (30 voice channels) is mapped into 47 bytes payload of ATM cells. The network introduces a random delay, and samples are received at improper time instants. The difference between equidistant reference instants, and instants when the samples are playing out are assumed as sample delays.

*Assumption 1*

Let the second order be stationary ergodic stochastic process with

- limited average $|e_S| = |E[s(t)]| < +\infty$,
- covariation function $R_S(t) = E[s(0)\, s(t)]$, $t \in \Re$,
- limited energy $\sigma_s^2 = R_S(0) = E[s^2(t)] < +\infty$,
- limited bandwidth $\hat{s}(\omega) = 0$, $|\omega| \geq \Omega > 0$,

where $\hat{s}(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} R_S(t) e^{-j\omega t}\, dt$, $\omega \in \Re$ is the power density function.

The notation $\Re = (-\infty, \infty)$ $Z = \{..., -1, 0, 1, ...\}$ and is used in the paper.

The sampling theorem [2] for a zero-mean stochastic process:

$$\dot{s}(t) = \underset{N \to \infty}{l.i.m} \sum_{-N}^{N} \dot{s}(k\Delta)\Phi(t - k\Delta),\ \Delta = \frac{\pi}{\Omega},$$

$$\Phi(t) = \frac{\sin \Omega t}{\Omega t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Phi}(\omega) e^{j\omega t}\, d\omega = \frac{1}{2\Omega} \int_{-\Omega}^{\Omega} e^{j\omega t}\, d\omega,\ t \in \Re$$

ukazuje, ako môže byť náhodný proces rekonštruovaný zo vzoriek, ktoré sú z náhodného procesu odoberané pravidelne so vzorkovacím intervalom $\Delta$. V takomto prípade má chybový signál nulovú strednú energiu. Ak sú však vzorky prenášané sieťou s komutáciou paketov, ktorá vnáša do prenosu náhodné oneskorenie, vzorky sú používané pre rekonštrukciu signálu nepravidelne (prinajmenšom ak výstupná pamäť je prázdna v okamžiku, kedy sa mala použiť vzorka na rekonštrukciu). Predpokladajme, že táto nepravidelnosť, ktorú vyjadrujeme odchylkou (oneskorením) od pravidelných vzorkovacích okamžikov, vytvára bodový proces $\{\tau_k,\ k \in Z\}$.

*Predpoklad 2*

Nech je $\{\tau_k, k \in Z\}$ ergodický, stacionárny náhodný bodový proces s charakteristikami prvého rádu:

- distribučná funkcia $F(t) = p\,\{\tau_k \leq t\}$, $t \in \Re$, $k \in Z$,
- charakteristická funkcia $G(\omega) = E[e^{j\omega\tau_\kappa}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} dF(t)$, $\omega \in \Re$, $k \in Z$.

Vysielaný (rekonštruovaný) signál bude $r(t) = \sum_k s(k\Delta)\Phi(t - k\Delta - \tau k)$, a rozdiel medzi obnoveným a originálnym signálom vytvorí šum

$$n(t) = r(t) - s(t) = \sum_k s(k\Delta)[\Phi(t - k\Delta - \tau k) - \Phi(t - k\Delta)].$$

Celkové hodnotenie kvality je založené na rozdiele pôvodného $s(t)$ a rekonštruovaného signálu $r(t)$. Ak je miera tohto hodnotenia lineárna, potom celková kvalita môže byť vyjadrená charakteristikami $n(t)$. Hlavné zjednodušenie, ktoré používame

shows how the random process can be reconstructed from the samples shifted over time regularly with a sampling interval $\Delta$. In this case the error signal has zero energy. Due to a random delay in the packet switched network the samples are taken irregularly by the reconstruction procedure (at least, if the playout buffer is empty at the regular interval). Let us suppose that this irregularity, expressed by differences (delays) from regular sampling points, creates the point process $\{\tau_k,\ k \in Z\}$.

*Assumption 2*

Let $\{\tau_k,\ k \in Z\}$ be an ergodic, stationary, random point process with first order characteristics:

- distribution $F(t) = p\,\{\tau_k \leq t\}$, $t \in \Re$, $k \in Z$,
- characteristic function $G(\omega) = E[e^{j\omega\tau_\kappa}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} dF(t)$, $\omega \in \Re$, $k \in Z$.

The playout (reconstructed) signal will be $r(t) = \sum_k s(k\Delta)\Phi(t - k\Delta - \tau k)$, and the difference between the playout signal and the original one creates the so-called noise

$$n(t) = r(t) - s(t) = \sum_k s(k\Delta)[\Phi(t - k\Delta - \tau k) - \Phi(t - k\Delta)].$$

End-to-end quality measures are based on the difference between the original signal $s(t)$ and the playout signal $r(t)$. If this measure is linear, the end-to-end quality may be expressed in terms of the noise $n(t)$.

The main simplification used in this paper is based on the sample independence assumption, when the original signal is v tomto článku spočíva v predpoklade nezávislosti vzoriek t. j. v predpoklade, že originálny signál tvorí „biely šum s ohraničeným spektrom". V skutočnosti žiadna aplikácia takýto signál nevytvára, avšak toto zjednušenie môže dať priamo použiteľné výsledky z dvoch dôvodov: kompresia signálu zmenšuje koreláciu medzi vzorkami a signál blízky bielemu šumu sa často používa na účely testovania.

Nech $s(t)$, $t \in \Re$ a $\{\tau_k, k \in Z\}$ sú stochastické procesy podľa Predpokladu 1 a Predpokladu 2. Ak $s(k\Delta)$ a $\tau_k$, $k \in Z$ sú dvojice nezávislých premenných a, $\{s(n\Delta), s(m\Delta) | n, m \in Z, n \neq m\}$ sú tiež nezávislé premenné, t. j.

$$R[(n-m)\Delta] = \begin{cases} \sigma_s^2, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases},$$

potom [1] spektrálna výkonová hustota $\hat{n}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_N(t) e^{-j\omega t} d\omega$, $R_N(t) = E\{n(0)n(t)\}$, je

$$\hat{n}(\omega) = 2\sigma_S^2 \hat{\Phi}(\omega)[1 - Re\, G(\omega)], \; \omega \in \Re \tag{1}$$

a stredný výkon šumu $\sigma_N^2 = E\{n^2(0)\} = R_N(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{n}(\omega) d\omega$ je

$$\sigma_N^2 = 2\sigma_S^2 \left(1 - \frac{1}{2\Omega}\int_{-\Omega}^{\Omega} Re\, G(\omega) d\omega\right). \tag{2}$$

Ako vidíme, použitie „spektrálne ohraničeného bieleho šumu" ako testovacieho signálu dáva veľmi jednoduchý vzťah na výpočet stredného výkonu šumu. To môže byť zaujímavé pre inžinierske výpočty, v ktorých sa odstup signálu od šumu všeobecne používa na hodnotenie kvality. Ak použijeme definíciu *SNR*

$$SNR = 10 \log \frac{\sigma_S^2}{\sigma_N^2}, \quad [\mathrm{dB}] \tag{3}$$

vo vzťahu (2), potom dostávame

$$SNR = -10 \log 2\left(1 - \frac{1}{2\Omega}\int_{-\Omega}^{\Omega} Re\, G(\omega) d\omega\right), [\mathrm{dB}].$$

Nasledujúci príklad ukazuje vplyv náhodného oneskorenia vzoriek na signál typu „spektrálne ohraničený biely šum", ak predpokladáme, že oneskorenie má exponenciálne rozdelenie. Takéto rozdelenie je aproximáciou rozdelenia oneskorenia paketov vo veľkých datagramových sieťach s veľkým počtom zdrojov, v ktorých výstupný tok zo siete je blízky Poissonovmu procesu. Nech $\{s(n\Delta), s(m\Delta) | n.m \in Z, n \neq m\}$ sú nezávislé veličiny, oneskorenie je náhodná veličina s exponenciálnym rozdelením s distribučnou funkciou $F(t) = 1 - e^{-\mu t}$, $t \geq 0$, $\mu \geq 0$ strednou hodnotou $\bar{\tau} = \frac{1}{\mu}$, a charakteristickou funkciou $G(\omega) = \frac{\mu}{\mu + j\omega}$, $\omega \in \Re$.

Potom je spektrálna výkonová hustota šumu

$$\hat{n}(\omega)_{exp} = 2\sigma_S^2 \hat{\Phi}(\omega) \frac{\omega^2}{\mu^2 + \omega^2},$$

stredný výkon šumu

"band-limited white noise". Of course, no real application can produce such a signal. Anyhow, this simplification may be interesting for two reasons: signal compression before sampling decreases the covariation between samples, and it is also very common to have a defined test input signal and the white noise is often used for testing communication networks.

Let $s(t)$, $t \in \Re$ and $\{\tau_k, k \in Z\}$ be the stochastic processes according to Assumption 1 and Assumption 2 respectively. If $s(k\Delta)$ and $\tau_k$, $k \in Z$ are pairs of independent variables, $\{s(n\Delta), s(m\Delta) | n, m \in Z, n \neq m\}$ are independent variables, i.e.

$$R[(n-m)\Delta] = \begin{cases} \sigma_s^2, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases},$$

then [1] the power spectral density $\hat{n}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_N(t) e^{-j\omega t} d\omega$, $R_N(t) = E\{n(0)n(t)\}$, is

$$\hat{n}(\omega) = 2\sigma_s^2 \hat{\Phi}(\omega)[1 - Re\, G(\omega)], \; \omega \in \Re \tag{1}$$

and the average noise power $\sigma_N^2 = E\{n^2(0)\} = R_N(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{n}(\omega) d\omega$ is

$$\sigma_N^2 = 2\sigma_s^2 \left(1 - \frac{1}{2\Omega}\int_{-\Omega}^{\Omega} ReG(\omega) d\omega\right). \tag{2}$$

As we can see, the band-limited white noise as a test signal leads to a very simple formula for the noise power calculations. This makes it interesting for engineering calculations, where signal-to-noise ratio (SNR) is broadly used as a signal quality measure. By defining *SNR*

$$SNR = 10 \log \frac{\sigma_S^2}{\sigma_N^2}, \quad [\mathrm{dB}] \tag{3}$$

formula (2) becomes to

$$SNR = -10 \log 2\left(1 - \frac{1}{2\Omega}\int_{-\Omega}^{\Omega} Re\, G(\omega) d\omega\right), [\mathrm{dB}].$$

The following example shows the impact of the sample delay to the band-limited white noise-like original signal, when the delay has an exponential distribution. This distribution is an approximation of the packet delay in a large datagram network loaded by many sources, where the output stream is near to the Poisson process. Let $\{s(n\Delta), s(m\Delta) | n.m \in Z, n \neq m\}$ be independent variables, delay is exponentially distributed with distribution $F(t) = 1 - e^{-\mu t}$, $t \geq 0$, $\mu \geq 0$ average value $\bar{\tau} = \frac{1}{\mu}$, and characteristic function $G(\omega) = \frac{\mu}{\mu + j\omega}$, $\omega \in \Re$.

Then the noise power spectral density is

$$\hat{n}(\omega)_{exp} = 2\sigma_S^2 \hat{\Phi}(\omega) \frac{\omega^2}{\mu^2 + \omega^2},$$

the average noise power

$$\sigma^2_{N_{exp}} = 2\sigma^2_S\left(1 - \frac{\Delta}{\pi\bar{\tau}}\ \text{arctg}\ \frac{\pi\bar{\tau}}{\Delta}\right) \quad (4)$$

a odstup signálu od šumu

$$SNR_{exp} = 10\log 2\left(1 - \frac{\Delta}{\pi\bar{\tau}}\ \text{arctg}\ \frac{\pi\bar{\tau}}{\Delta}\right),\ [\text{dB}].$$

## 3. Výstupná pamäť

Výstupná pamäť sa používa na elimináciu chvenia oneskorenia vzoriek. V závislosti od akceptovateľného celkového oneskorenia čakajú vzorky vo výstupnej pamäti a potom sú vysielané von v pravidelných časových intervaloch. Ak v okamžiku, kedy mala byť vysielaná vzorka, je výstupná pamäť prázdna, vznikne výpadok signálu, až pokiaľ nie je k dispozícii oneskorená vzorka. Toto zvyškové oneskorenie opatovne spôsobuje šum a na jeho štúdium môžeme použiť predchádzajúce výsledky. Nech $p_0$ je pravdepodobnosť, že výstupná pamäť je prázdna v čase, keď má byť vzorka hraná von. $F_{(t)_{res}}$ a distribučná funkcia zvyškového oneskorenia t. j. intervalu od okamžiku, kedy vzorka mala byť vysielaná do okamžiku, kedy je skutočne vysielaná. Potom oneskorenie nadobúda nulovú hodnotu s pravdepodobnosťou $(1_{-p0})$, kladnú hodnotu zvyškového oneskorenia $\tau_{res}$ s pravdepodobnosťou $p_0$, a spektrálna výkonová hustota šumu a odstup signálu od šumu sú:

$$\hat{n}(\omega) = p_0\hat{n}(\omega)_{res},$$
$$SNR = SNR_{res} - 10\log(p_0).$$

Index „res" označuje funkciu počítanú pre prípad, že zvyškové chvenie vzniká s pravdepodobnosťou 1.

## 4. Riadenie výstupnej pamäte

Predchádzajúce vzťahy ukazujú, ako sa zlepší odstup signálu od šumu v prípade, že na oneskorené vzorky čakáme, miesto toho, aby sme chýbajúce (oneskorené) vzorky síce vysielali včas, ale nahradené nulovou hodnotou. Existuje niekoľko spôsobov, ako tento výsledok ešte zlepšiť. Po prvé, môžeme použiť iné spôsoby náhrady chýbajúcej vzorky miesto náhrady nulovou hodnotou.To má zmysel v prípade, že zvýšenie odstupu signálu od šumu bude väčšie, ako je príspevok $SNR_{res}$. Po druhé, môže byť zmenšená pravdepodobnosť vyprázdnenia pamäte $p_0$ a to tak, že vzorky budú vysielané von pomalšie ako udáva vzorkovací interval, ak sa pamäť blíži k vyprázdneniu. V tomto článku budeme uvažovať statické riadenie výstupnej rýchlosti vzoriek, t. j. budeme predpokladať, že bude použitý interval medzi vysielanými vzorkami $\Delta_n = \Delta + \delta_n$, $n = 1, 2, ...$, ak v čase po odvysielaní predchádzajúcej vzorky je v pamäti práve n vzoriek (predpokladáme neohraničenú veľkosť vyrovnávacej pamäte). Ak je v okamžiku, kedy mala byť vysielaná vzorka pamäť prázdna, vzorka bude odvysielaná von akonáhle príde, t. j. interval medzi vzorkami bude $\Delta_1 + \tau_{res}$. Marginálna charakteristická funkcia oneskorenia bude

$$G(\omega) = E[e^{j\omega t}] = \sum_{n=1}^{\infty} p_n e^{j\omega\delta_n} + p_0\, E[e^{j\omega\tau_{res}}],\ \omega \in \Re$$

$$\sigma^2_{N_{exp}} = 2\sigma^2_S\left(1 - \frac{\Delta}{\pi\bar{\tau}}\ \text{arctg}\ \frac{\pi\bar{\tau}}{\Delta}\right) \quad (4)$$

and then the signal-to-noise ratio is

$$SNR_{exp} = 10\log 2\left(1 - \frac{\Delta}{\pi\bar{\tau}}\ \text{arctg}\ \frac{\pi\bar{\tau}}{\Delta}\right),\ [\text{dB}].$$

## 3. Playout buffers

To eliminate sample delay variation, playout buffers are used. Depending on an acceptable average delay, samples are waiting in the output queue, and they are "played out" with regular intervals. If the buffer is empty when a sample should be sent, a signal gap occurs until the delayed sample is available. This residual delay again produces noise, and the previous results may be applied. Let $p_0$ be the probability that a buffer is empty when the sample should be played out, and $F_{(t)_{res}}$ the distribution of the residual delay i.e. the interval since the sample should be played out. Then the delay $\tau$ takes a zero value with probability $(1_{-p0})$, value of the residual delay $\tau_{res}$ with probability $p_0$, and

$$\hat{n}(\omega) = p_0\hat{n}(\omega)_{res},$$

$$SNR = SNR_{res} - 10\log(p_0).$$

Here "res" indexes functions, where only residual sample jitter is taken into account.

## 4. Playout buffer control

The previous formula shows how waiting for the delayed sample improves SNR, compared to the policy when the empty buffer generates zero samples, but just in time. There are several methods how to improve this result. Firstly, other lost sample replacing methods bring an advantage, but of course, only if their gain in SNR, compared to the zero stuffing is greater than $SNR_{res}$. Secondly, probability of an empty buffer $p_0$ can be decreased if samples are played out slower than the sampling rate, when the buffer is coming to be empty. In this paper we assume static control policy of the playout sample rate, i.e. we assume that $\Delta_n = \Delta + \delta_n$, $n = 1, 2, ...$ intersample interval is used, when the sample should be played out, and the buffer contains n samples (infinite buffer capacity is assumed). If the buffer is empty at the playing out instant, the sample will be played out as soon as it comes, i.e. intersample interval $\Delta_1 + \tau_{res}$ occurs. The marginal characteristic function of delay is

$$G(\omega) = E[e^{j\omega t}] = \sum_{n=1}^{\infty} p_n e^{j\omega\delta_n} + p_0\, E[e^{j\omega\tau_{res}}],\ \omega \in \Re$$

a spektrálna výkonová hustota šumu

and the noise power spectral density, is

$$\hat{n}(\omega) = 2\sigma_S^2\,\hat{\Phi}(\omega)\left[1 - p_0 - \sum_{n=1}^{\infty} p_n \cos\omega\delta_n\right] + p_0\hat{n}(\omega)_{res},\ \omega \in \Re.$$

Stredný výkon šumu (2) je

$$\sigma_N^2 = \frac{2\sigma_S^2}{\Delta}\left[1 - p_0 - \sum_{n=1}^{\infty} pn\,\frac{\sin\pi\epsilon_n}{\pi\epsilon_n}\right] + p_0\sigma_{N_{res}}^2 \qquad (5)$$

kde $\epsilon_n = \dfrac{\delta_n}{\Delta}$, $n = 1, 2, ...$ je relatívne oneskorenie vzorky.

Vzťah (3) môžeme použiť pre výpočet odstupu signálu od šumu.

Ako príklad uvažujme neohraničenú FIFO vyrovnávaciu pamäť, do ktorej prichádzajú vzorky tak, že vytvárajú Poissonov proces s intenzitou $1/\Delta$ vzoriek za sekundu, teda so stredným intervalom medzi vzorkami $\bar{\tau} = \Delta$. Statické riadenie nech spočíva v tom, že je zadaná hranica $N \geq 1$ nasledujúco:

- $\delta_n = \delta$, $n = 1, ..., N$
- $\delta_n = -\delta$, $n = N + 1, N + 2, ...$

V tomto prípade aj zvyškové oneskorenie má exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou $\Delta$. Použitím vzťahu (4) v (5) dostávame

The average noise power (2) is

$$\sigma_N^2 = \frac{2\sigma_S^2}{\Delta}\left[1 - p_0 - \sum_{n=1}^{\infty} pn\,\frac{\sin\pi\epsilon_n}{\pi\epsilon_n}\right] + p_0\sigma_{N_{res}}^2 \qquad (5)$$

where $\epsilon_n = \dfrac{\delta_n}{\Delta}$, $n = 1, 2, ...$ is a relative sample delay.

Formula (3) can be used for SNR calculation.

As an example we assume an infinite FIFO buffer with Poisson input sample stream at the rate of $1/\Delta$ samples per second, with the average sampling interval $\bar{\tau} = \Delta$. The static control strategy is given by threshold $N \geq 1$ as follows:

- $\delta_n = \delta$, $n = 1, ..., N$
- $\delta_n = -\delta$, $n = N + 1, N + 2, ...$

In this case, the rest delay has exponential distribution with an average rest delay $\Delta$. Then applying (4) in (5) gives

$$\frac{\sigma_N^2}{\sigma_S^2} = \frac{2}{\Delta}\left(1 - \frac{sin\,\pi\epsilon}{\pi\epsilon}\right)(1 - p_0) + 2\left(1 - \frac{1}{\pi}\,\mathrm{arctg}\,\pi\right)p_0 \qquad (6)$$

kde $\epsilon = \dfrac{\delta}{\Delta}$. Formálne môžeme písať $p_0 = 1 - \rho = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} p_n\rho_n$, kde $\rho_n = \dfrac{\Delta + \delta_n}{\Delta} = 1 + \epsilon_n$, rozdelenie pravdepodobnosti $p_n$, $n = 0, 1, ...$ však musíme aj tak vypočítať. Môžeme ho dostať ako invariantné rozdelenie pravdepodobnosti stavov Markovovho reťazca vnoreného do okamžikov po odvysielaní vzoriek. Môže byť počítané napríklad pomocou rekurzie

where $\epsilon = \dfrac{\delta}{\Delta}$. Formally, we can write $p_0 = 1 - \rho = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} p_n\rho_n$, where $\rho_n = \dfrac{\Delta + \delta_n}{\Delta} = 1 + \epsilon_n$, anyhow, the distribution $p_n$, $n = 0, 1, ...$ should be calculated. It can be obtained as an invariant distribution of an embedded Markov chain to the instants when samples should be played out. It can be calculated, for example, by recursion

$$p_{n+1} = e^{\rho_{n+1}}\,p_n - \frac{\rho_1^n}{n!}\,e^{\rho_{n+1} - \rho_1}\,p_0 - \sum_{k=1}^{n}\frac{\rho_k^{n-k+1}}{(n - k + 1)}\,e^{\rho_{n+1} - \rho_k}\,p_k,\ n = 0, 1, ...,$$

s použitím normujúcej rovnice $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$, pričom predpokladáme $0 \leq \rho < 1$, t. j. $0 \leq p_0 - \sum_{n=1}^{\infty} p_n\epsilon_n < 1$

Je prirodzené očakávať, že šum spôsobený chvením oneskorenia bude tým menší, čím je menšia pravdepodobnosť vyprázdnenia vyrovnávacej pamäte. Znižovanie pravdepodobnosti vyprázdnenia pamäte sa dá dosiahnuť oneskorením prvých vzoriek v slove, to však môže spôsobiť neakceptovateľné stredné oneskorenie pre aplikácie bežiace v reálnom čase. Preto výsledok (6) musí byť analyzovaný súčasne so stredným oneskorením, ktoré vypočítame z Chinčin-Pollaczekovej formuly

with the norm equation $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$. We also assume $0 \leq \rho < 1$, i.e. $0 \leq p_0 - \sum_{n=1}^{\infty} p_n\epsilon_n < 1$. It is quite natural that noise caused by delay variation will be less when the buffer will be empty with very low probability. On the other hand, it leads to a very high average delay, which may be unacceptable for application. Then the result (6) must be analysed together with the defined average delay, which may be obtained from Khinchine-Pollaczek formula

$$E\{T_w\} = \frac{\Delta}{2}\left(\frac{1}{p_0 - \sum_{n=1}^{\infty} p_n \epsilon_n} - 1\right) = konst.,$$

čo v našom prípade dáva

$$E\{T_w\} = \frac{\Delta}{2}\left(\frac{1}{p_0 - (p_+ - p_-)\epsilon} - 1\right) = konst.,$$

kde $p_+ = \sum_{n=1}^{N} p_n$ a $p_- = \sum_{n=N+1}^{\infty} p_n$.

## 5. Záver

Potreba prenosu spojitých signálov paketovými sieťami v reálnom čase vedie k riešeniu problému, ako zabezpečiť prenášaný signál voči zhoršeniu kvality spôsobenej náhodným oneskorením vzoriek. Posledná možnosť v informačnom reťazci ako to urobiť je riadenie výstupnej vyrovnávacej pamäte. Článok uvádza vzťahy, ktoré môžu byť použité pri ladení parametrov výstupnej vyrovnávacej pamäte, najmä intervalu medzi vysielaním vzoriek tak, aby sa maximalizoval odstup signálu od šumu, ktorý je použitý ako miera kvality prenosu signálu za podmienky, že vzorky v pôvodnom signále sú navzájom nezávislé.

*Recenzenti: P. Podhradský, K. Blunár*

$$E\{T_w\} = \frac{\Delta}{2}\left(\frac{1}{p_0 - \sum_{n=1}^{\infty} p_n \epsilon_n} - 1\right) = konst.,$$

or, in our particular case,

$$E\{T_w\} = \frac{\Delta}{2}\left(\frac{1}{p_0 - (p_+ - p_-)\epsilon} - 1\right) = konst.,$$

where $p_+ = \sum_{n=1}^{N} p_n$ and $p_- = \sum_{n=N+1}^{\infty} p_n$.

## 5. Conclusions

A need for real-time transmission of continuous signals over a packet-switched network leads to the problem how to save the quality of the transmitted signal against the degradation caused by the random delay of samples. The last possibility is to control the playout buffer. There are several formulas presented in this paper, which can be used for tuning parameters of static policy for intersample intervals used by the buffer to play out the samples. Signal-to-Noise Ratio is used as a Quality of Service parameter, and signal with independent samples is taken as an original signal.

*Reviewed by: P. Podhradský, K. Blunár*

## Literatúra - References

[1] KLIMO, M., KORNER, U.: Sample Jitter in the Real-Time Applications, to be published.
[2] JERRI, A. J.: The Shannon Sampling Theorem - Its Various Extensions and Applications: A Tutorial Review, Proc. IEEE, vol. 65, no. 11, pp. 1565 - 1596, Nov. 1977,