KOMUNIKÁCIE
COMMUNICATIONS

Jaroslav Janáček - Johanna Kovačiková *

POROVNANIE PRÍSTUPOV ZALOŽENÝCH NA DUÁLNOM VZOSTUPE PRE RIEŠENIE UMIESTŇOVACÍCH ÚLOH

COMPARING DUAL ACCESS APPROACHES FOR EXACT SOLUTION OF LOCATION PROBLEMS

Článok sa zaoberá kapacitne neobmedzenými umiestňovacími úlohami. Umiestňovacia úloha pozostáva z umiestňovania nejakých zariadení s neobmedzenou kapacitou vo vytváranej sieti. Zariadenie môže byť najrôznejšieho druhu. Môže to byť servisné stredisko, ktoré môže byť umiestnené v uzle dopravnej siete. Ďalší druh zariadenia môže byť napríklad priamy vlak umiestňovaný do dopravného plánu. V porovnaní s predchádzajúcim prípadom má toto zariadenie charakter hrany v grafe.

Základom výpočtovej úspešnosti často používanej metódy vetiev a hraníc je tesnosť dolnej hranice. V článku sú publikované výsledky numerických experimentov s metódou duálneho vzostupu pre riešenie uzlovej lokačnej úlohy na rozsiahlej sieti a sú tu porovnané viaceré možné prístupy pre výpočet dolnej hranice hranovej lokačnej úlohy.

The paper deals with exact solution of two uncapacitated location problems. The location problem consists in placing some facilities of unrestricted capacity in the formed network. The facility can have various natures. It could be a service centre, whose location can be done at a node of the network, or it can be a direct train, which can be placed into a transport plan. In comparison with the former case, this facility has the nature of a graph edge.

The key-stone of the computational success of the often used branch and bound method is the lower bound tightness. This paper, reports numerical experiments with the dual access approach used for the solution of the node location problem in a large network and compares several possible approaches to lower bound enumeration for the edge location problem.

1. Úvod

Ak sa zaoberáme navrhovaním alebo riadením sieťových systémov, ako sú napríklad distribučné systémy [2], [6], alebo systémy vlakotvorby [5], často sa stretávame s kapacitne neobmedzenou umiestňovacou úlohou. Umiestňovacia úloha pozostáva z umiestňovania nejakých zariadení s neobmedzenou kapacitou vo vytváranej sieti. Zariadenie môže byť najrôznejšieho druhu. Môže to byť servisné stredisko alebo skladisko, ktoré môže byť umiestnené na úseku alebo v uzle danej dopravnej siete. Ďalší druh zariadenia môže byť napríklad priamy vlak umiestňovaný do dopravného plánu železničnej dopravnej sústavy. V porovnaní s predchádzajúcim prípadom, kde zariadenie malo charakter bodu alebo uzla, v druhom prípade má zariadenie charakter hrany v grafe.

Oba prípady majú spoločné črty. Každé umiestnenie i pridá pevné náklady f_i k celkovým nákladom a na druhej strane umožní znížiť príslušné operatívne náklady. Čo sa výpočtovej zložitosti týka, obidve úlohy sú NP-ťažké. Väčšina prístupov k riešeniu takýchto úloh sa zakladá na využití metódy vetiev a hraníc, kde základom ich výpočtovej úspešnosti je tesnosť dolnej hranice. Kapacitne neobmedzená umiestňovacia úloha tvorí výnimku v triede úloh $0-1$ programovania. Ukázalo sa [4], že dolná hranica získaná riešením LP-relaxácie je dobrá dolná hranica pre

1. Introduction

When planning and managing network systems, such as distribution systems [2], [6], or direct train systems [5], various uncapacitated location problems are often met. The location problem arises when some facilities of unrestricted capacity are placed in the formed network. The facility can have various nature. It could be a service centre or a warehouse, whose location can be either at an edge or at a node of the given network. The next sort of facility can be, for example, a direct train, which can be placed into a transport plan of a railway transport system. In comparison with the previous case, where the facility has the nature of a point or a node, this facility has the nature of a graph edge.

Nevertheless, both cases have some common features. Each placing of the facility i brings the fixed cost f_i into the total costs. On the other hand, it enables a decrease in the associated operational costs. As the computational complexity is concerned, both problems are NP-hard. Most approaches to the problem solution are based on the branch and bound method, for which lower bound tightness is the key-stone of the computational success. The uncapacitated location problem forms an exclusion of the family of $0-1$ programming problems. It has been proven [4] that the LP-relaxation lower bound is a good bound for the

* Prof. RNDr. **Jaroslav Janáček, CSc., Ing. Johanna Kovačiková**
Department of Transportation Networks, Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina, SK-010 26 Žilina, Slovak Republic, Phone +421-89-651 015, Fax +421-89-651 015, E-mail jardo@frdsa.utc.sk

úlohy tohto typu v porovnaní s inými úlohami, kde tento typ výpočtu dolnej hranice zlyhal [7]. To viedlo k myšlienke použiť LP-relaxáciu pre riešenie úlohy návrhu siete, ktorá je špeciálnym prípadom umiestňovacej úlohy, kde umiestňované zariadenie má charakter úseku.

V ďalších kapitolách sa pokúsime porovnať dve úlohy z hľadiska postupu riešenia a nárokov na objem výpočtov.

2. Modely lokačných úloh

Uvažujme kapacitne neobmedzenú umiestňovaciu úlohu s množinou I možných umiestnení obslužných stredísk. Nech J je množina zákazníkov, ktorých požiadavky majú byť uspokojované z umiestnených zariadení. Predpokladáme, že pre každé umiestnenie $i \in I$ je daný pevný poplatok f_i a že pre každú dvojicu (i, j), kde $i \in I$ a $j \in J$, sú známe náklady c_{ij} na uspokojenie požiadavky zákazníka j z miesta i. Zaveďme $0-1$ premennú y_i pre každé možné miesto $i \in I,$ aby sme opísali rozhodnutie o umiestnení $(y_i = 1)$ zariadenia v tomto mieste, alebo opačné rozhodnutie $(y_i = 0)$. Označme x_{ij} časť *j-tej* požiadavky uspokojovanej z miesta i. Potom s využitím vyššie spomenutých konštánt f_i a c_{ij} môžeme sformulovať nasledujúci model:

minimalizujte $$f(x,y) = \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

za podmienok $$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \qquad \textit{pre } j \in J \quad (2)$$

$$x_{ij} \le y_i \qquad \textit{pre } i \in I \textit{ a } j \in J \quad (3)$$

$$x_{ij} \ge 0 \qquad \textit{pre } i \in I \textit{ a } j \in J \quad (4)$$

$$yi \in \{0,1\} \qquad \textit{pre } i \in I \quad (5)$$

V modeli podmienky (2) zabezpečujú, že každý zákazník bude obslúžený. Podmienky (3) si vynútia umiestnenie zariadenia na miesto i kedykoľvek je ľubovoľná časť požiadavky ľubovoľného zákazníka uspokojovaná z tohto miesta.

Ďalej sa budeme zaoberať druhou z úloh, ktorá je známa ako úloha návrhu siete. Tu je pevný poplatok f_{ij} spojený s umiestnením hrany (i, j) (priameho spojenia alebo priameho vlaku) a náklady c_{ij}^{rs} vyjadrujú, čo stojí preprava toku začínajúceho v r a končiaceho v s cez hranu (i, j). Úlohou je minimalizovať celkové náklady na prepravu $n \times n$ objemov P_{rs} z každého r do každého s, kde $r = 1, ..., n, s = 1, ..., n, r \neq s$.

problem in this case, in contradiction to the other problems where this sort of lower bound failed [7]. It allows for the idea to use the LP-relaxation for the network design problem, which is a special sort of location problem where the placed facility has the nature of edge.

In the next chapter we try to compare the two problems from the point of view of solution procedures as well as computational effort.

2. Location problem models

Let us consider the uncapacitated location problem, in which service centre locations are searched over set I of possible places. J is a set of customers, whose demands are to be satisfied from the placed facilities. We assume that for each possible location $i \in I$, a fixed charge f_i is given and that for each pair (i, j), where $i \in I$ and $j \in J$, the cost c_{ij} of demand satisfaction of customer j from location i is known. Let us introduce $0-1$ variable y_i for each possible facility location $i \in I$ to describe the decision of placing $(y_i = 1)$ a facility at the location or the opposite decision $(y_i = 0)$. Let x_{ij} denote the fraction of *j's* demand supplied from the facility i. Then, employing the above mentioned constants f_i and c_{ij} we can form the following model:

minimize $$f(x,y) = \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

subject to $$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \qquad \textit{for } j \in J \quad (2)$$

$$x_{ij} \le y_i \qquad \textit{for } i \in I \textit{ and } j \in J \quad (3)$$

$$x_{ij} \ge 0 \qquad \textit{for } i \in I \textit{ and } j \in J \quad (4)$$

$$yi \in \{0,1\} \qquad \textit{for } i \in I \quad (5)$$

In this model, constraints (2) ensure that each customer demand is served. Constraints (3) force placement of a facility at location i whenever any part of the demand of any customer is served from the location.

Now let us consider the second problem, the network design problem. Here, fixed cost f_{ij} is associated with placing arc (i, j) (a direct connection or a direct train) and cost c_{ij}^{rs} to be paid for the transport of the whole flow originating at r and terminating at s along arc (i, j). The objective of the problem is to minimize the total costs for transport of all $n \times n$ amounts P_{rs} from each r to each s, when $r = 1, ..., n, s = 1, ..., n, r \neq s$.

minimize $$f(x, y) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} f_{ij} y_{ij} + \sum_{r=1}^{n} \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} c_{ij}^{rs} . x_{ij}^{rs} \quad (6)$$

subject to $$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} x_{ij}^{rs} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} x_{ji}^{rs} \qquad \textit{for } r = 1,..., n,\ s = 1,..., n,\ r \neq s,\ j \in \{1,...,n\} - \{r,s\} \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{i=1\\ i\neq s}}^{n} x_{rj}^{rs} = 1 \qquad for\ r = 1,..., n,\ s = 1,..., n,\ r \neq s \qquad (8)$$

$$\sum_{\substack{i=1\\ i\neq s}}^{n} x_{is}^{rs} = 1 \qquad for\ r = 1,...,n,\ s = 1,..., n,\ r \neq s \qquad (9)$$

$$x_{rj}^{rs} \leq y_{ij} \qquad for\ r = 1,...n,\ s = 1,...,n,\ r \neq s,\ i = 1,..., n,\ j = 1,..., n,\ i \neq j \qquad (10)$$

$$x_{ij}^{rs} \geq 0 \qquad for\ r = 1,...n,\ s = 1,...,n,\ r \neq s,\ i = 1,..., n,\ j = 1,..., n,\ i \neq j \qquad (11)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad for\ i = 1,..., n,\ j = 1,..., n,\ i \neq j \qquad (12)$$

3. Výpočtová zložitosť umiestňovacích úloh

Ak použijeme pre prehľadávanie stromu riešení schému prehľadávania do hĺbky, bude mať metóda vetiev a hraníc, použitá pre riešenie umiestňovacej úlohy, nasledujúci tvar:

Vetva v strome riešení je určená tromi disjunktnými podmnožinami, ktoré sú rozkladom množiny všetkých miest. Označme tieto tri podmnožiny *V*, *Z* a *N*. Podmnožiny obsahujú miesta, pre ktoré bolo rozhodnuté o umiestnení (*V*), kde boli umiestnenia zakázané (*Z*) a miesta, pre ktoré žiadne rozhodnutie doposiaľ nebolo urobené (*N*). Vetva predstavuje množinu prípustných riešení umiestňovacej úlohy, pre ktoré premenné *y* splňujú podmienky určené množinami *V*, *Z*. Ak skúmame vetvu, pre všetky riešenia v nej obsiahnuté je vypočítaná dolná hranica hodnôt ich účelových funkcií. Ak je dolná hranica väčšia ako hodnota účelovej funkcie súčasného najlepšieho prípustného riešenia, je vetva prehlásená za preskúmanú a uskutoční sa návrat k predchádzajúcej vetve (otcovi). V opačnom prípade je vetva skúmaná s použitím postupu vetvenia. Postup pozostáva z výberu miesta z množiny *N* a z vytvorenia dvoch nových vetví (synov) pomocou rozhodnutia o umiestnení alebo neumiestnení zariadenia. Prvá vetva je vytvorená zákazom umiestnenia vo vybratom mieste a druhá umiestnením zariadenia. Prehľadávanie pokračuje skúmaním prvej vetvy a ak sa prehľadávanie vráti nazad, je skúmaná druhá vetva. Ak je aj druhá vetva preskúmaná a prehľadávanie sa vráti druhý raz naspäť, potom je za preskúmanú označená aj vetva-otec a prehľadávanie sa vráti k predchádzajúcej vetve. V priebehu výpočtu dolnej hranice sa obyčajne nájde prípustné riešenie úlohy. Toto prípustné riešenie je porovnané so súčasným najlepším riešením a to je aktualizované. Je zrejmé, že počet skúmaných vetiev ako aj čas prehľadávania závisí od kvality dolnej hranice. Urobili sme výskum [4] niekoľkých typov dolných hraníc pre prvú z umiestňovacích úloh a ukázali sme, že Erlenkotterova hranica [3] umožňuje riešiť rozsiahle úlohy v rozumnom čase. To nás viedlo k myšlienke, že by podobný prístup k úlohe návrhu siete mohol tiež priniesť úspech.

4. Dolné hranice pre umiestňovacie úlohy

Erlenkotterova dolná hranica [3] je získaná ako dolný odhad optimálnej hodnoty účelovej funkcie LP-relaxácie modelu (1)-(5) vzhľadom na množiny *V*, *Z*, *N*. V tomto prístupe ako dolný odhad

3. Computational intractability of the location problems

Having used the „Depth first scheme" for tree search, the procedure of branch and bound method used for the location problem has the following form:

A node of the search tree is determined by three disjoint subsets which cover the set of possible facility locations. Let us denote the three subsets *V*, *Z* and *N*. The subsets contain locations where the decision of facility placing was made (*V*), where the facility placing was forbidden (*Z*), and where no decision has been made yet (*N*). The node represents a set of feasible solutions of the location problem whose values of *y* variables satisfy constraints given by sets *V*, *Z*. When investigating the node, a lower bound on objective function values of all feasible solutions of the node is determined. If the lower bound is higher than the objective function value of the current best feasible solution, then the node is said to be fathomed and backtracking to the previous node (father) is made. In the opposite case, the node is investigated using branching procedure. This procedure consists of selecting a location from set *N* and forming two new nodes (sons) making a decision of the facility placing at the location. The first of the sons has forbidden placing at the location and the second has ordered placing. The search continues by the first son investigation and when the search comes back to the node, it is continued by the second son investigation. When the second son is fathomed and the search comes back to the node second time, then the node (father) is declared fathomed and backtracking to the previous node is made as well. During the lower bound computation a feasible solution of the location problem is usually produced. This feasible solution is compared with the current best solution and the current solution is updated.

It is obvious that the number of investigated nodes and the time of the whole search depend on lower bound quality. We have researched [4] several types of lower bounds for the first problem and proved that Erlenkotter's bound [3] enables us to solve large problems in a sensible time. It evokes an idea that a similar approach may be condusive to computational success when solving network design problems.

4. Lower bounds for location problems

Erlenkotter's lower bound [3] is obtained as a lower bound estimation of an optimal objective function value of LP-relaxation of the model (1)-(5) with respect to sets *V*, *Z*, *N*. Considering this approach, slúži hodnota účelovej funkcie duálneho prípustného riešenia. Redukovaná duálna úloha pre model (1)-(5) je

maximalizujte $$g(v) = \sum_{j \in J} v_j \qquad (13)$$

za podmienok $$\sum_{j \in J} max\{v_j - c_{ij}, 0\} \le f_i \qquad \text{pre } i \in N \qquad (14)$$

$$vj \le min\{c_{ij} : i \in V\} \qquad \text{pre } j \in J \qquad (15)$$

Pre výpočet dolnej hranice je použitý algoritmus duálneho vzostupu [3], ktorý nájde dobré prípustné riešenie úlohy (13)-(15). Dolná hranica je ďalej zlepšená algoritmom úprav duálnych premenných a postup sa opakuje pokiaľ je možné zlepšovať hodnotu $g(v)$.

Dolnú hranicu úlohy návrhu siete [1] je možné taktiež získať ako dolný odhad LP-relaxácie (6)-(12). Aby sme obdržali dobré prípustné duálne riešenie, bol použitý nasledujúci model:

the objective value of a dual feasible solution serves as the lower estimation, when the reduced dual problem for model (1)-(5) is:

maximize $$g(v) = \sum_{j \in J} v_j \qquad (13)$$

subject to $$\sum_{j \in J} max\{v_j - c_{ij}, 0\} \le f_i \qquad \text{for } i \in N \qquad (14)$$

$$vj \le min\{c_{ij} : i \in V\} \qquad \text{for } j \in J \qquad (15)$$

Computing the lower bound, the dual ascent algorithm [3] is used to get a good feasible solution of (13)-(15). Then the lower bound is improved by the dual adjustment algorithm and the process is repeated until any improvement of $g(v)$ is obtained.

The lower bound of the network design problem [1] can be obtained as the lower bound of LP-relaxation (6)-(12) as well. To get a good feasible dual solution, the following model can be used:

minimize $$g(w, v) = \sum_{r=1}^{n} \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^{n} v_s^{rs} \qquad (16)$$

subject to $$\sum_{r=1}^{n} \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^{n} w_{ij}^{rs} \le f_{ij} \qquad \text{for } i = 1,..., n, j = 1,..., n, i \neq j \qquad (17)$$

$$v_j^{rs} - v_i^{rs} \le c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs} \qquad \text{for } r = 1,..., n, s = 1,..., n, r \neq s, i = 1,..., n, i \neq r, j(\{1,...,n\}-\{r, i\} \qquad (18)$$

$$v_j^{rs} \le c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs} \qquad \text{for } r = 1,..., n, s = 1,..., n, r \neq s, j(\{1,...,n\}-\{r\} \qquad (19)$$

$$- v_i^{rs} \le c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs} \qquad \text{for } r = 1,..., n, s = 1,..., n, r \neq s, i = 1,..., n, i \neq r \qquad (20)$$

$$w_{ij}^{rs} \ge 0 \qquad \text{for } r = 1,...n, s = 1,...,n, r \neq s, i = 1,..., n, j = 1,..., n, i \neq j \qquad (21)$$

V tomto prípade, je zlepšenie pomocou duálneho vzostupu dosiahnuté zvýšením w_{ij}^{rs} a nasledujúcim riešením úloh najkratšej cesty v redukovanej dopravnej sieti, v ktorej ohodnotenie hrany (i, j) je rovné $c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs}$.

In this case, the dual ascent improvement is made by an increasing of w_{ij}^{rs} and by following the solution of the shortest path problems in the reduced network, in which the cost of arc (i, j) is equal to $c_{ij}^{rs} + w_{ij}^{rs}$.

5. Výpočtové skúsenosti

Aby sme rozhodli, či Erlenkotterova hranica môže byť prekonaná konštrukciou inej dolnej hranice, urobili sme experimenty s modelom slovenskej železničnej siete s množinou 457 signifikantných staníc [4]. Dané percento staníc bolo považované za množinu možných umiestnení (vlakotvorné stanice) I. Percentá boli 10 %, 20 %, 30 %, 40 %, 50 %, 60 % a zodpovedajúce označenie tried úloh bolo postupne N02, N04, N06, N08, N10 a N12. Každá trieda pozostávala z deviatich úloh. Experimenty boli vykonané na osobnom počí-

5. Computational Study

To answer the question if Erlenkotter's bound can be improved by some other lower bound construction in some instants, experiments were carried out on a model of the Slovak railway network with a set of 457 significant stations [4]. A given percentage of the stations was taken as possible facility locations (train-forming stations) to form set I. The percentages were 10%, 20%, 30 %, 40 %, 50 %, 60 % and associated notation of the class of instances were N02, N04, N06, N08, N10 and N12 respectively. Nine instances were

Tab. 1

Network	AvgTime	StdTime
N02	0.8	0.6
N04	10.8	11.1
N06	76.4	111.9
N08	106.3	107.5
N10	693.6	967.4
N12	1050.0	1604.4

čači Pentium 75 MHz a ukázalo sa, že v žiadnom prípade neboli iné konštrukcie dolnej hranice lepšie ako Erlenkotterova hranica. Priemerný čas výpočtu v sekundách a smerodajná odchýlka pre deväť úloh každej triedy sú uvedené v tabuľke 1.

Aby sme porovnali rôzne typy výpočtu dolnej hranice pre úlohu návrhu siete, testovali sme tri prístupy. Postupne sme urobili Lagrangeovu relaxáciu a jednoduchú relaxáciu (7) a potom sme zlepšili získanou dolnú hranicu v prvom a druhom prípade dodaním saturačnej podmienky. V prvom prípade sme použili subgradientovú metódu pre zlepšenie dolnej hranice.

V treťom prípade sme použili Balakrishnanov prístup založený na duálnom vzostupe [1]. Pre veľké časové nároky boli experimenty urobené na piatich sieťach s $n = 5$. Experimenty boli urobené na vyššie uvedenom osobnom počítači a ukázali, že žiadna iná testovaná hranica nebola lepšia ako tá, ktorá bola získaná pomocou duálneho vzostupu. Čas výpočtu v sekundách a počet preskúmaných vetiev je uvedený v tabuľke 2.

obtained for each class with the given set of facility locations. The experiments were carried out on a personal computer with Pentium 75 MHz and showed that no instance of other tested bounds was better than the Erlenkotter's one. Average time of computations in seconds and standard deviations of nine instances for each class are reported in Table 1.

To compare various types of lower bound of the network design problem, three approaches were tested. We made Lagrangean and simple relaxation of (7) respectively and then we improved the obtained lower bound by additional saturation constraints in both cases.

In the first case we used the subgradiental method to improve the lower bound.

The third tested approach was Balakrishnan's dual ascent procedure [1]. Due to the large time consumption of the problem solution, the experiments were carried out only on five networks with $n = 5$ on the above mentioned personal computer and they showed that no instant of other tested bounds was better than the dual ascent one. The time of the computations in seconds and the number of branching nodes are reported in Table 2.

Tab. 2

Network	Subgradient		Saturation		Dual Ascent	
	Time [s]	Nodes	Time [s]	Nodes	Time [s]	Nodes
Pr05-1.dat	11783	40651	3129	40229	51	647
Pr05-2.dat	10748	42175	3603	46304	149	1883
Pr05-3.dat	19288	45099	3779	48518	106	1352
Pr05-4.dat	16055	59844	5050	64592	143	1808
Pr05-5.dat	11794	45110	2780	35813	205	2596
Average	13934	46576	3668	47091	131	1657
Std. Dev.	3624	7662	867	10991	57	719

Literatúra

[1] BALAKRISHNAN, A., MAGNANTI, T., L., WONG, R., T.: A Dual-Ascent Procedure for Large-Scale Uncapacitated Network Design. Ops. Res., Vol. 37, No. 5, Sept-Oct 1989, pp. 716-740

[2] CENEK, P.: Metody optimálního výběru kombinace středisek obsluhy. Práce a štúdie VŠDS, Séria kybernetická, Vol. 1, Alfa, Bratislava, 1982, pp. 61-74

[3] ERLENKOTTER, D.: A Dual-Based Procedure for Uncapacitated Facility Location. Operations Research, Vol 26, No 6, November-December 1978, pp. 992-1009

[4] JANÁČEK J., KOVAČIKOVÁ J.: Exact Solution Techniques for Large Location Problems. In: Proceedings of the Mathematical Methods in Economics, Ostrava, Sept. 9-11, 1997, pp. 80-84

[5] JÁNOŠÍKOVÁ, L.: An Adaptation of the Tabu search Metaheuristic to the Problem of Transportation Planning. In: Proceedings of Transportation Systems, IFAC/IFIP/IFORS, Chania, Greece, 16.-18. June 1997, pp. 765-768

[6] KUBANOVÁ, J., ČAPEK, J., LINDA, B.: Problem of Location of Recycling Centres. In: Proceedings of the Mathematical Methods in Economics, , Ostrava, Sept. 9-11, 1997, pp. 111-113

[7] REEVES, C., R.: Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems. Oxford Blackwell Scientific Publications, 1993, 320 p.

Recenzenti: B. Linda, Š. Peško

References

[1] BALAKRISHNAN, A., MAGNANTI, T., L., WONG, R., T.: A Dual-Ascent Procedure for Large-Scale Uncapacitated Network Design. Ops. Res., Vol. 37, No. 5, Sept-Oct 1989, pp. 716-740

[2] CENEK, P.: Metody optimálního výběru kombinace středisek obsluhy. Práce a štúdie VŠDS, Séria kybernetická, Vol. 1, Alfa, Bratislava, 1982, pp. 61-74

[3] ERLENKOTTER, D.: A Dual-Based Procedure for Uncapacitated Facility Location. Operations Research, Vol 26, No 6, November-December 1978, pp. 992-1009

[4] JANÁČEK J., KOVAČIKOVÁ J.: Exact Solution Techniques for Large Location Problems. In: Proceedings of the Mathematical Methods in Economics, Ostrava, Sept. 9-11, 1997, pp. 80-84

[5] JÁNOŠÍKOVÁ, L.: An Adaptation of the Tabu search Metaheuristic to the Problem of Transportation Planning. In: Proceedings of Transportation Systems, IFAC/IFIP/IFORS, Chania, Greece, 16.-18. June 1997, pp. 765-768

[6] KUBANOVÁ, J., ČAPEK, J., LINDA, B.: Problem of Location of Recycling Centres. In: Proceedings of the Mathematical Methods in Economics, , Ostrava, Sept. 9-11, 1997, pp. 111-113

[7] REEVES, C., R.: Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems. Oxford Blackwell Scientific Publications, 1993, 320 p.

Reviewed by: B. Linda, Š. Peško