Antonín Kavička - Ľudmila Jánošíková *

MODELOVANIE KOĽAJISKA A VÝPOČET NAJKRATŠEJ JAZDNEJ CESTY

TRACKAGE MODELLING AND ALGORITHMS FOR FINDING THE SHORTEST TRAIN ROUTE

Článok popisuje dva modely koľajovej siete v železničnej stanici a na nich založené algoritmy výpočtu najkratšej jazdnej cesty. Prvý model - ohodnotený digraf - reprezentuje každú koľaj a výhybkovú koľaj pomocou dvoch vrcholov. Hrany predstavujú prípustné prechody medzi koľajami. Druhý model - hranovo ohodnotený neorientovaný graf - modeluje koľaje a výhybkové koľaje pomocou hrán. Vrcholy v ňom predstavujú spojenia medzi koľajami. Pre obidva modely boli navrhnuté a overené algoritmy hľadania jazdnej cesty, ktoré rešpektujú pravidlá pre pohyb koľajových vozidiel, ako aj dĺžku vlaku a obsadenie koľají inými koľajovými vozidlami.

1. Úvod

Jedným z problémov riešených na Katedre dopravných sietí FRI ŽU je počítačová simulácia prevádzky na železnici [1, 2, 4, 5, 6, 7]. Podarilo sa nám vytvoriť a v praxi overiť simulačný model zriaďovacej stanice.

Základnou úlohou zriaďovacej stanice je prijímanie, rozpúšťanie a tvorba nákladných vlakov, ako aj obsluha vlakov tranzitných a skupinových. Vozne, ktoré prišli do stanice vo vlakoch zo zaúsťujúcich tratí alebo zo záťaže z vlastného uzla, sa triedia podľa miesta alebo podľa smeru určenia a vytvárajú sa z nich nové nákladné vlaky, odvážajúce záťaž do miesta určenia alebo do inej vlakotvornej stanice. Doba pobytu vozňa v zriaďovacích staniciach tvorí významnú časť doby obehu vozňa v rámci železničnej siete. Aby služby poskytované železničnou nákladnou dopravou boli čo najkvalitnejšie, snažíme sa dobu obehu vozňa minimalizovať. Jednou z ciest, ako to dosiahnuť, je znížiť počet staníc, v ktorých je vozeň prepravovaný na jeho ceste z východiskovej do cieľovej stanice. Je teda nutné koncentrovať vlakotvorbu do veľkých triediacich staníc a menšie stanice rušiť. Vo veľkých staniciach však potom stúpajú požiadavky na dokonalú organizáciu práce a efektívne využitie všetkých zdrojov. Náš simulačný model poskytuje informácie o kapacitných možnostiach triediacich staníc, o dôsledkoch ich prípadnej rekonštrukcie a o využití technických a ľudských zdrojov. Perspektívne by mohol tiež slúžiť ako podporný prostriedok pre rozhodovanie dispečera v reálnom čase.

This paper deals with two models of track network in a railway station and algorithms for finding the shortest train route. In the first model - a weighted digraph - two vertices represent a track or a switch track. Edges of a digraph are understood as the possible transitions between tracks. In the second model - a non-oriented edge weighted graph - the edges represent tracks and the vertices match the connections between tracks. Algorithms for finding a shortest route were designed and verified for both models. These algorithms respect rules for the movement of rail vehicles, as well as their length and the occupation of tracks by other rolling stock.

1. Introduction

The Department of Transport Networks (University of Žilina) has been working in the field of computer simulation applied to the operation of railway systems for many years [1, 2, 4, 5, 6, 7]. We have been developing a complex simulation model of a marshalling yard operation in recent years. The mentioned model has been verified and already applied within the frame of several real projects.

The basic task of a marshalling yard is to receive, sort and form freight trains, as well as to attend transit trains and group trains. The train cars coming from railway tracks, which flow into or originate from the station, are sorted according to the place or the direction of destination. New goods trains transport the freight to the station of destination or to an intermediate station. The sojourn time of a train car in a station represents an important part of the circulation time of a train car on the railway network. To improve the services of railway freight traffic, the circulation time of a train car should be as short as possible. One of the possible solutions of this task is to reduce the number of stations in which the train car is handled on its way from the station of origin to the station of destination. Trains should be formed in big marshalling yards and small marshalling yards should be cancelled. However, the requirements for perfect organisation of operation in big stations then increase. Our simulation model gives information about the utilisation of service means of the marshalling yard

* **Ing. Antonín Kavička, PhD., Ing. Ľudmila Jánošíková, CSc.**
University of Žilina, Faculty of Management Science and Informatics, Department of Transport Networks

Ďalšou oblasťou, v ktorej možno využiť počítačový simulačný model, je laboratórna výučba študentov - budúcich dispečerov.

Pri tvorbe počítačového simulačného modelu (ďalej len simulačného modelu) sa uplatňujú poznatky z rôznych vedných odvetví, ako sú počítačová simulácia, teória pravdepodobnosti, teória hromadnej obsluhy, teória databáz, programovacie techniky. Tieto vedné odbory majú v simulácii všeobecné uplatnenie. Okrem toho sú však pri tvorbe modelu nevyhnutné vedomosti zo špecifických oblastí súvisiacich so simulovaným procesom. Pri simulácii prevádzky železničnej stanice potrebujeme nástroje a metódy matematickej teórie dopravy a teórie grafov. Avšak často prístupy a metódy z práve menovaných oblastí nemožno v simulačnom modeli aplikovať priamo, ale je potrebné ich upraviť podľa potrieb simulačného modelu.

Otázka vhodného modelovania železničnej koľajovej siete v stanici je jednou z prvých, na ktoré musíme pri tvorbe simulačného modelu stanice odpovedať. Železničnú koľajovú sieť v stanici (koľajisko) chápeme ako dopravnú sieť, po ktorej sa pohybujú koľajové vozidlá. Pohyb koľajových vozidiel v koľajisku je limitovaný jednak istými technickými obmedzeniami (napr. vlaky sa na koľaji nemôžu predbiehať, ďalej nie je možné, aby koľajové vozidlo, ktoré príde na výhybku, z nej ďalej pokračovalo v pohybe po ľubovoľnej koľaji, ktorá je s ňou spojená a pod.), a jednak železničnými technologickými predpismi (napr. pri premiestňovaní posunovacej lokomotívy z vchodovej skupiny koľají na odchodovú skupinu nemôže lokomotíva prechádzať po koľaji na zvážnom pahorku).

Pri modelovaní koľajiska (podobne ako pri modelovaní iných dopravných sietí) je vhodné použiť nástroje teórie grafov. Pri návrhu modelu koľajiska sa navyše musí zohľadniť:

- špecifický charakter železničnej koľajovej siete (s jej vyššie uvedenými technickými a technologickými obmedzeniami),
- miera podrobnosti, s ktorou chceme sledovať infraštruktúru koľajiska,
- špecifický charakter pohybu koľajových vozidiel v koľajisku a
- požadovaná miera presnosti, s ktorou chceme pohyby koľajových vozidiel sledovať.

Keď modelujeme pohyb koľajových vozidiel, nemôžeme zanedbať ich dĺžku, tzn. nemôžeme ich považovať za hmotné body o nulových dĺžkach. Ďalej si musíme uvedomiť, že presun koľajového vozidla z jeho východiskovej do danej cieľovej pozície nemožno vždy uskutočniť bez zmeny smeru pohybu (niekedy je nutné pohyb v jednom smere zastaviť a potom nechať koľajové vozidlo pokračovať v jeho pohybe opačným smerom než pred zastavením).

Tvorca modelu koľajiska stojí teda pred problémom, aký typ grafu a akú jeho implementáciu na počítači zvoliť, aby boli zohľadnené vyššie uvedené skutočnosti. Pri návrhu modelu musíme, samozrejme, vziať do úvahy aj to, aké úlohy chceme riešiť. Pri riadení prevádzky v železničnej stanici je jednou z najčastejšie riešených úloh vyhľadanie prípustnej, a pokiaľ možno najkratšej trasy pre premiestnenie vozidiel v koľajisku. V simulačnom modeli je nevyhnutné automatické riešenie tejto úlohy počítačom.

(tracks, shunting locomotives, working gangs) as well as information about the consequences of changes in trackage infrastructure, work schedule and technological procedures. The model could also serve as a support tool for dispatcher's decisions or as a training tool for future student dispatchers.

In creating a computer simulation model, knowledge of various branches such as computer simulation, probability theory, queuing theory, database theory and programming techniques is valuable. Simulation uses these branches of science. In addition, other specific knowledge connected with the simulated processes is needed for the process of model creation. For simulation of the operation of a marshalling yard, we need the tools and methods of mathematical transport theory and graph theory. However, the approaches and the methods of the mentioned branches often cannot be applied to a simulation model directly. They have to be settled according to needs of a model.

One of the first questions we are supposed to answer when simulating a marshalling yard operation is how to model track network (trackage) in a station. The track network in a station is a transport network where the rolling stock move. The rail vehicles movements are limited by certain technical restrictions (e.g. trains cannot outrun each other on the same track, a rail vehicle that comes to a switch cannot go on using an arbitrary track connected with a switch, etc.). Further, the movement has to respect railway technological rules (e.g. a shunting locomotive cannot pass a hump track transferring from reception tracks to departure tracks).

To model a trackage (like other transport networks) we can use the tools of graph theory. In addition, we have to take into account:

- The specific character of the railway track network (with its above mentioned technical and technological restrictions),
- The level of details which we want to investigate on a trackage infrastructure,
- The specific character of the movement of rail vehicles on a trackage, and
- The required precise degree of rail vehicles movements.

When modelling the movement of rail vehicles we cannot neglect their length. They cannot be regarded as objects with zero lengths. Further, we should realise that sometimes a rail vehicle cannot transfer from its original position to the certain destination position without changing the direction of its movement. Sometimes it is necessary to stop the movement in one direction and then to let the rail vehicle go on in the opposite direction.

The designer has to choose such a graph and its computer implementation in order to take this into consideration. Model design must be adjusted to the problems which need to be solved. One of the most often solved problems (managing a marshalling yard operation) is to find the shortest admissible route for a transfer of the rail vehicle on a trackage. In a computer simulation model, it is necessary to solve this problem automatically with a convenient algorithm.

S ohľadom na špecifický charakter železničnej koľajovej siete, špecifický charakter pohybu koľajových vozidiel a s cieľom poskytnúť podporu pre automatický výpočet najkratšej jazdnej cesty v koľajisku sme navrhli dva rôzne spôsoby modelovania koľajiska. Prvým z nich je ohodnotený digraf (orientovaný graf), v ktorom je každá koľaj reprezentovaná pomocou dvoch vrcholov a hrany predstavujú prípustné prechody medzi koľajami. Druhý model - hranovo ohodnotený neorientovaný graf - modeluje koľaje pomocou hrán. Vrcholy v ňom predstavujú spojenia medzi koľajami. Pre každý model sme vypracovali algoritmus pre výpočet najkratšej jazdnej cesty. Obidva modely a princípy algoritmov sú ukázané v nasledujúcich kapitolách.

2. Ohodnotený digraf ako model koľajiska

Ohodnotený digraf predstavuje dosť zložitý model koľajiska. Výhodou však je, že optimálnou trasou na premiestnenie vlaku z jednej koľaje na druhú je v tomto modeli najkratšia cesta z jedného vrcholu do druhého, ktorú možno vyhľadať pomocou známych metód, napr. Dijkstrovým algoritmom.

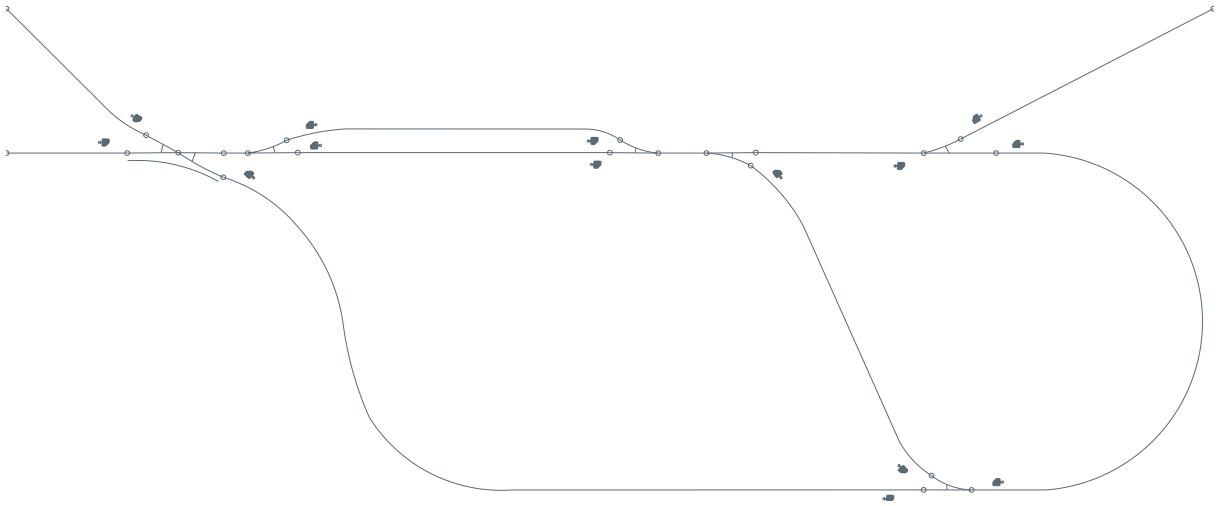
Model budeme ilustrovať na časti koľajiska podľa obr. 2.1. Plán na obr. 2.1 bol zostrojený pomocou grafického editora AutoCAD LT. Sú v ňom znázornené koľaje, výhybky a návestidlá.

With regard to the specific character of a railway track network, the specific character of the movement of rail vehicles, and the aim of giving support for automatic calculation of the shortest route on a trackage, two different methods of trackage modelling were designed. The first model is represented by a weighted digraph. Two vertices of a digraph represent a track. The edges reflect the possible transitions between the tracks. The second model is a non-oriented edge weighted graph whose edges represent tracks and vertices match the connections between tracks. For both models, algorithms for finding the shortest route were designed. The mentioned models and the principles of algorithms are presented in the following chapters.

2. A weighted digraph as a trackage model

A weighted digraph is a rather complex model of a trackage. However, this model also presents an advantage. The shortest path between a pair of vertices represents an optimal route for train transfer from one track to another. The shortest path can be calculated by well-known methods (e.g. Dijkstra's algorithm).

The model will be illustrated on a part of a trackage shown in Fig. 2.1. The plan in Fig. 2.1 was drawn using a graphic editor AutoCAD LT. The tracks, switches and signals can be seen on the plan.



Obr. 2.1. Časť koľajiska
Fig. 2.1 A part of a trackage

Pri zostavovaní modelu sa uplatnia niektoré myšlienky Zelinku, ktorý sa zaoberal polárnymi grafmi [7]. Postup návrhu modelu môžeme zhrnúť do štyroch krokov:

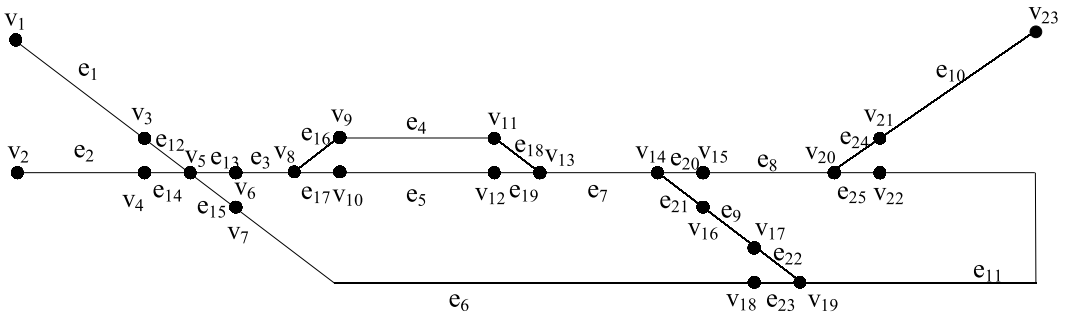
1. Vytvoríme graf G_0, v ktorom hrany reprezentujú koľaje a vrcholy predstavujú spojenia medzi koľajami (obr. 2.2). Koľaje, ktoré tvoria výhybku, sú reprezentované samostatnými hranami. V tejto fáze návrhu ešte nie sú definované pra-

The ideas of B. Zelinka are used [8] concerning polar graphs within the frame of model design process. That process can be summarised into four steps:

1. Construct graph G_0 whose edges represent the tracks and the vertices represent the connections between tracks (Fig. 2.2). The switch tracks are represented by independent edges. In this step, the rules for passing through switches have not yet

vidlá pre prejazd cez výhybky. Najkratšou trasou pre premiestnenie vlaku je v grafe G_0 sled medzi dvoma hranami.

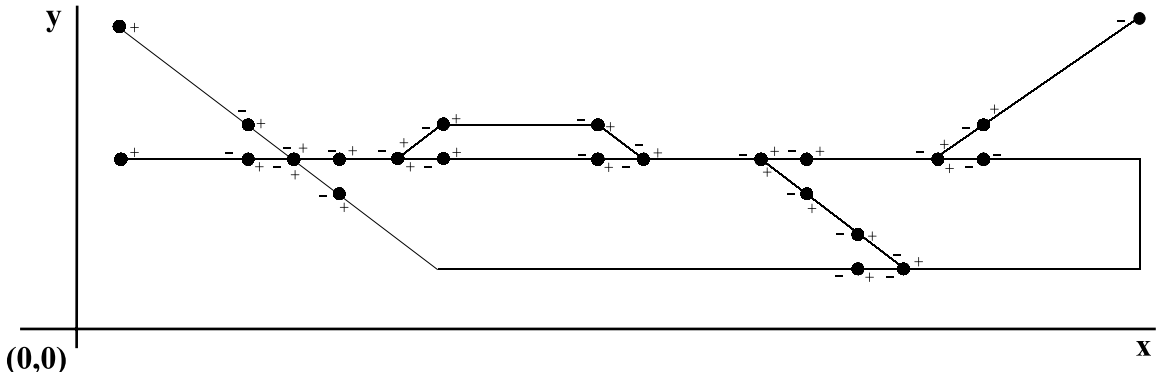
been defined. The shortest walk between the pair of edges in graph G_0 represents the shortest route for train transfer.



Obr. 2.2. Graf G_0
Fig. 2.2 Graph G_0

2. Opačné konce hrán grafu G_0 označíme opačnými znamienkami. Pomôžeme si pritom tak, že si predstavíme umiestnenie grafu G_0 v súradnicovom systéme (obr. 2.3). Každý vrchol grafu potom môžeme stotožniť s koncami hrán, ktoré sú s ním incidentné, napr. $v_3 \equiv e_1^- \equiv e_{12}^+$.

2. Label the opposite endpoints of each edge of graph G_0 with opposite signs. We can imagine that graph G_0 is placed in a two-dimensional co-ordinate system (Fig. 2.3). The edge endpoint with a lesser x-coordinate gets the sign (+) and the opposite one (-). Each vertex can be then identified with the endpoints of incident edges, e.g. $v_3 \equiv e_1^- \equiv e_{12}^+$.



Obr. 2.3. Graf G_0 - označenie opačných koncov hrán
Fig. 2.3 Graph G_0 - labelling of the opposite endpoints of edges

3. Vykonáme transformáciu grafu G_0 na polárny graf G_1 (obr. 2.4). Každej hrane grafu G_0 odpovedá v grafe G_1 vrchol s dvoma pólmi. Póly vrcholu reprezentujú opačné konce hrany. V grafe G_1 vrcholy reprezentujú koľaje a výhybkové koľaje. Dva vrcholy grafu G_1 sú spojené hranou vtedy, keď sú odpovedajúce hrany v grafe G_0 susedné. Napr. v grafe G_0 sú susedné hrany e_1 a e_{12}, preto v grafe G_1 bude hrana $[v_1^-, v_{12}^+]$, ktorá je incidentná s pólom − vrcholu v_1 a s pólom + vrcholu v_{12}. Pri určovaní pólov krajných vrcholo v hrany v grafe G_1 využijeme označenie vrcholov grafu G_0 pomocou koncov hrán, ako bolo naznačené v predchádzajúcom odseku ($v_3 \equiv e_1^- \equiv e_{12}^+$). Hrana v grafe existuje vtedy, keď je technicky prípustné, aby koľajové vozidlo prešlo priamo z koľaje mode-

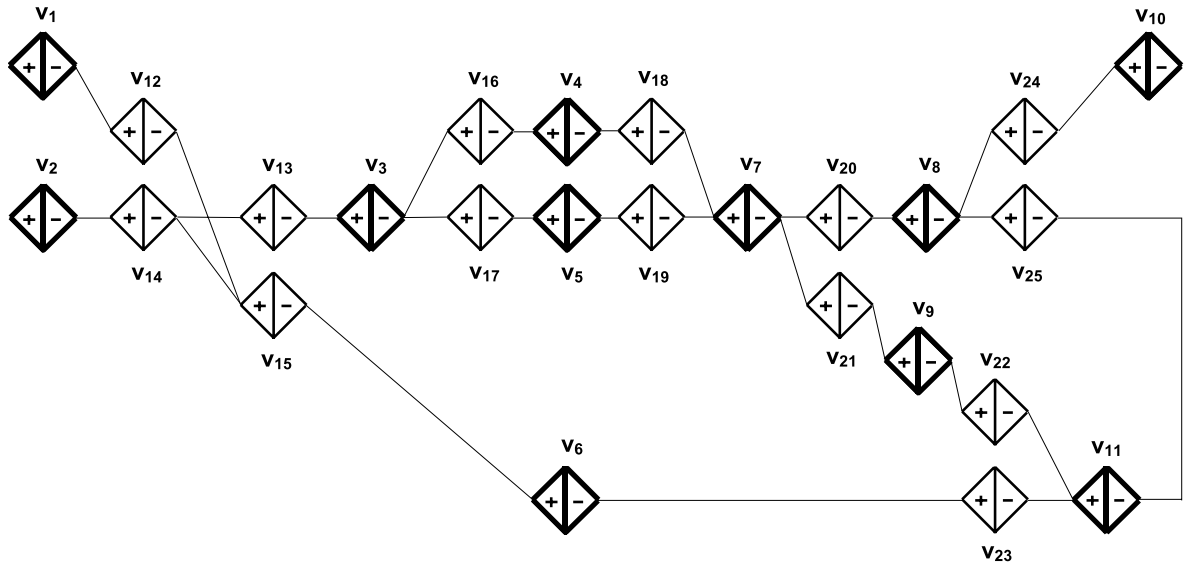
3. Transform graph G_0 into the polar graph G_1 (Fig. 2.4). Each edge of graph G_0 corresponds to a vertex with two poles in graph G_1. Vertex poles represent opposite endpoints of the edge. The vertices of graph G_1 represent tracks and switch tracks. Two vertices of G_1 are connected with an edge if the corresponding edges of G_0 are adjacent. For example, the edges e_1 and e_{12} are adjacent in G_0 thus the edge $[v_1^-, v_{12}^+]$ that is incident with the − pole of vertex $v1$ and the + pole of vertex v_{12} will be in G_1. In addition, an edge exists in G_1 only if it is technically allowed for a rail vehicle to transit from the track modelled by the first vertex to the track modelled by the second one. For example, on the single-slip switch, which is composed of tracks e_{12}, e_{13}, e_{14} and e_{15}, a rail vehicle can go

lovanej prvým vrcholom na koľaj modelovanú druhým vrcholom. Napr. na polovičnej anglickej výhybke tvorenej koľajami e_{12}, e_{13}, e_{14} a e_{15} môžeme prejsť z koľaje e_{12} len na koľaj e_{15}. Pretože typ výhybky neumožňuje prechod z e_{12} na e_{13} ani z e_{12} na e_{14}, nie je v grafe G_1 hrana medzi vrcholmi v_{12} a v_{13} ani medzi v_{12} a v_{14}, ale len hrana $[v_{12}^-, v_{15}^+]$.

4. Výsledným modelom je digraf G_2 (obr. 2.5), ktorý dostaneme transformáciou polárneho grafu G_1.

from track e_{12} just to track e_{15}. It means that we can construct the edge $[v_{12}^-, v_{15}^+]$. It is not allowed on this type of switch to transit either from e_{12} to e_{13} or from e_{12} to e_{14}. Therefore, the edges between vertices v_{12}, v_{13} and between v_{12} ,v_{14} do not exist.

4. Transform polar graph G_1 to digraph G_2 (Fig. 2.5), which represents the final model.



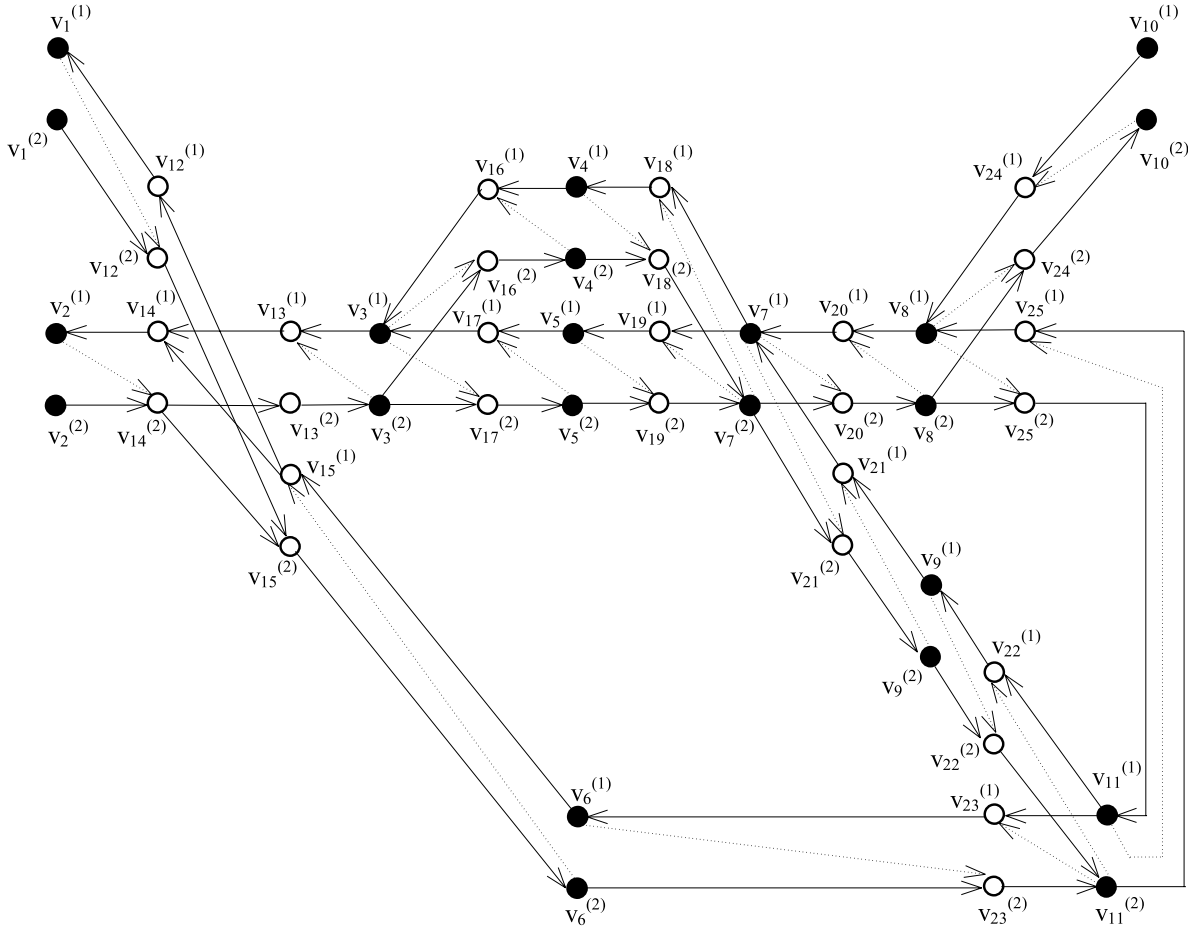
Obr. 2.4. Polárny graf G_1
Fig. 2.4 Polar graph G_1

Každý vrchol v_i grafu G_1 je v grafe G_2 reprezentovaný dvojicou vrcholov $v_i^{(1)}$, $v_i^{(2)}$, čo znamená, že koľaj možno prechádzať dvoma opačnými smermi. Hrany grafu G_2 môžeme rozdeliť na *tranzitné* (znázornené plnou čiarou) a *reverzné* (znázornené čiarkovanou čiarou). Tranzitné hrany vyjadrujú možnosť prejazdu (tranzitu) koľaje modelovanej vrcholom, z ktorého hrana vychádza, s cieľom dosiahnuť ďalšiu koľaj. Reverzné hrany vyjadrujú skutočnosť, že vlak môže zmeniť smer pohybu (vykonať reverziu) na koľaji, ktorá je modelovaná počiatočným vrcholom hrany.

Každej hrane grafu G_1 odpovedá dvojica tranzitných hrán v grafe G_2. Otázkou zostáva, ktoré z vrcholov $v_i^{(1)}$, $v_i^{(2)}$, $v_j^{(1)}$, $v_j^{(2)}$, grafu G_2 budú počiatočnými a ktoré koncovými vrcholmi tranzitných hrán, keď v grafe G_1 existuje hrana medzi v_i a v_j. Odpoveď nájdeme v tabuľke 2.1. V prvom stĺpci tabuľky je zaznamenané, s ktorými pólmi vrcholov v_i a v_j grafu G_1 je hrana incidentná. V druhom stĺpci tabuľky je potom pre každý variant uvedená odpovedajúca dvojica tranzitných hrán v G_2. Tretí stĺpec tabuľky ukazuje spôsob konštrukci e reverzných hrán. Reverzné hrany môžu vychádzať len z vrcholov, ktoré reprezentujú koľaje (nie výhybkové koľaje). Pritom sa predpokladá, že celý vlak stojí pri reverzii na jednej koľaji. V grafe G_2 nie je modelovaná situácia, že vlak môže pri reverzii obsadiť viacej koľají. Pre každú tranzitnú

Each vertex v_i of graph G_1 is in graph G_2 represented by a couple of vertices $v_i^{(1)}$, $v_i^{(2)}$. It means that a track can be passed in two opposite directions. Edges of G_2 can be divided into *transit* edges (drawn by solid lines) and *reverse* edges (drawn by dotted lines). A transit edge expresses the possibility of a train transit through the track (modelled by the initial vertex of the edge) with the aim of reaching the next track. A reverse edge enables a train to change the direction of its movement (to make a reverse) on the track that is modelled by the initial vertex of the edge.

Each edge of G_1 corresponds to a couple of transit edges of G_2. However, there is a problem. Let us consider an edge between v_i and v_j in G_1. Which vertex $v_i^{(1)}$, $v_i^{(2)}$, $v_j^{(1)}$, $v_j^{(2)}$ of graph G_2 will be the initial and terminal vertices of transit edges? The table 2.1 gives the answer. The poles of vertices v_i and v_j of graph G_1, to which the edge is incident, are shown in the first column of the table. For each variant, a corresponding coupling of transit edges of G_2 is written in the second column. The third column of the table shows the reverse edge construction. A reverse edge can just come out from the vertex, which represents the track (not switch track) on which the whole train can reverse. Graph G_2 does not model the situation where a train can occupy more tracks making a reverse. For each transit edge with a terminal vertex $v_j^{(1)}$



Obr. 2.5. Digraf G_2
Fig. 2.5 Digraph G_2

hranu, ktorej koncovým vrcholom je alebo $v_j^{(1)}$, $v_j^{(2)}$ vytvoríme reverznú hranu podľa pravidla v tab. 2.1. Napr. k tranzitnej hrane $(v_{I7}^{(2)}, v_5^{(2)})$ zostrojíme reverznú hranu $(v_5^{(2)}, v_{I7}^{(1)})$.

Transformácia hrán grafu G_1 na hrany grafu G_2 Tab. 2.1

Graf G_1		Tranzitné hrany v digrafe G_2	Reverzné hrany v digrafe G_2
v_i	v_j		
+	−	$v_i^{(1)} \rightarrow v_j^{(1)}$	$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(2)}$
		$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(2)}$	
−	+	$v_i^{(2)} \rightarrow v_j^{(2)}$	$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(1)}$
		$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(1)}$	
+	+	$v_i^{(1)} \rightarrow v_j^{(2)}$	$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(2)}$
		$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(2)}$	
−	−	$v_i^{(2)} \rightarrow v_j^{(1)}$	$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(1)}$
		$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(1)}$	

or $v_j^{(2)}$, we construct a reverse edge according to the rule given in Tab. 2.1. For example, we construct the reverse edge $(v_5^{(2)}, v_{I7}^{(1)})$ which is based on the existence of transit edge $(v_{I7}^{(2)}, v_5^{(2)})$.

Transformation of edges of G_1 to edges of G_2 Tab. 2.1

Graph G_1		Transit edges of digraph G_2	Reverse edges of digraph G_2
v_i	v_j		
+	−	$v_i^{(1)} \rightarrow v_j^{(1)}$	$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(2)}$
		$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(2)}$	
−	+	$v_i^{(2)} \rightarrow v_j^{(2)}$	$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(1)}$
		$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(1)}$	
+	+	$v_i^{(1)} \rightarrow v_j^{(2)}$	$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(2)}$
		$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(2)}$	
−	−	$v_i^{(2)} \rightarrow v_j^{(1)}$	$v_j^{(1)} \rightarrow v_i^{(1)}$
		$v_j^{(2)} \rightarrow v_i^{(1)}$	

V grafe G_2 sú ohodnotené vrcholy i hrany. Ohodnotenie vrcholu odpovedá dĺžke koľaje, ktorú daný vrchol reprezentuje, pričom platí, že ohodnotenie vrcholov $v_i^{(1)}$ a $v_i^{(2)}$ je zhodné. Ohodnotenie hrán je nasledujúce:

- ohodnotenie tranzitnej hrany odpovedá dĺžke koľaje, ktorá je modelovaná počiatočným vrcholom hrany;
- ohodnotenie všetkých reverzných hrán je zhodné a odpovedá dĺžke objektu premiestnenia. (Ohodnotenie reverzných hrán teda nie je hranám trvalo priradené v modeli koľajiska, ale určí sa až na začiatku algoritmu pre vyhľadanie najkratšej cesty.)

Najkratšiu trasu pre premiestnenie vlaku z počiatočnej na cieľovú koľaj chápeme v grafe ako najkratšiu cestu medzi dvoma vrcholmi. Na jej výpočet môžeme použiť po malých úpravách ľubovoľný algoritmus, ktorý vyhľadá najkratšiu cestu z počiatočného do koncového vrcholu. Môžeme použiť napr. Dijkstrov algoritmus, ktorý však treba upraviť tak, aby rešpektoval

1. dĺžku vlaku, ktorý chceme premiestniť,
2. aktuálne obsadenie koľajiska.

Obidve požiadavky sú parametrami algoritmu a v priebehu výpočtu sa neaktualizujú. Ako už bolo uvedené vyššie, podľa dĺžky vlaku sa ohodnotia reverzné hrany, takže dĺžka najkratšej cesty bude potom odpovedať skutočnej vzdialenosti, ktorú vlak prejde. Obsadenie koľajiska sa reprezentuje ako vektor reálnych čísiel o. Každý prvok vektora odpovedá jednému vrcholu grafu G_2 a udáva, aká je voľná kapacita koľaje reprezentovanej daným vrcholom (od príslušného konca koľaje). Ak je koľaj celá voľná, sú prvky v ektora o_{i1} a o_{i2} odpovedajúce vrcholom $v_i^{(1)}$ a $v_i^{(2)}$ zhodné a rovné dĺžke koľaje. Ak je celá koľaj obsadená, sú prvky o_{i1} a o_{i2} rovné nule. Ak už na koľaji stojí vlak, ale časť koľaje je voľná, majú prvky vektora o_{i1} a o_{i2} hodnotu odpovedajúcu voľnej dĺžke koľaje (pozri obr. 2.6). Dĺžka vlaku a voľná kapacita koľají ovplyvní značkovanie následníkov aktuálneho vrcholu: následník aktuálneho vrcholu sa môže zaradiť do množiny dočasne označených vrcholov len vtedy, ak je jeho voľná kapacita väčšia alebo rovná dĺž ke vlaku (vlak sa vojde na nasledujúcu koľaj). Navyše, ak je následník koncovým vrcholom tranzitnej hrany, musí byť voľná kapacita aktuálneho vrcholu rovná ohodnoteniu danej tranzitnej hrany, čo znamená, že vlak môže prejsť cez koľaj, na ktorej sa práve nachádza.

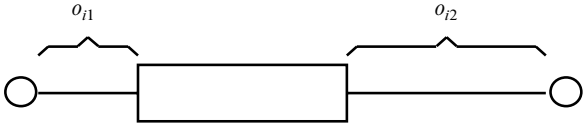
All vertices and edges of G_2 are weighted. The vertex weight corresponds to the length of the track represented by the vertex. The weight of vertex $v_i^{(1)}$ equals to the weight of vertex $v_i^{(2)}$. The edge weights are as follows:

- The transit edge weight corresponds to the length of the track represented by the initial vertex of the edge;
- All reverse edge weights are the same and correspond to the length of the object of transfer. (Therefore, the reverse edge weights are not permanent, but they are determined at the beginning of the procedure for finding the shortest path.)

The shortest route for a train transfer from an initial to a terminal track is understood as the shortest path between a pair of vertices of graph G_2. An arbitrary algorithm (after a little modification) that finds the shortest path from an initial to a terminal vertex can calculate it. For example, Dijkstra's algorithm can be used supposing it is modified to respect

1. the length of a train to be transferred,
2. the actual trackage occupation.

Both requirements are parameters of the algorithm and they are not actualised during the calculation. As was stated in the preceding section, reverse edges are weighted according to the length of the train. Therefore, the length of the shortest path corresponds to the real distance passed by the train. The trackage occupation is represented by a vector o of real numbers. Each element of o corresponds to one vertex of graph G_2 and explains the free capacity of the track represented by this vertex (regarding the appropriate end of the track). If the whole track is free, the vector elements o_{i1} and o_{i2} corresponding to $v_i^{(1)}$ and $v_i^{(2)}$ are identical and equal to the length of the track. If the whole track is occupied, o_{i1} and o_{i2} equal zero. If a train occupies the track, but a part of the track is free, values o_{i1} and o_{i2} correspond to the lengths of the free parts of the track (see Fig. 2.6). The length of the train and the free capacities of tracks influence the labelling of successors of the actual vertex . A successor of the actual vertex can be labelled and then added to a search tree if its free capacity is greater or equal to the length of the train (the train fits in at the next track). In addition, if a successor is a terminal vertex of a transit edge, the free capacity of the actual vertex has to equal the weight of that transit edge, which means that a train can pass through the track on which it stands.



Obr. 2.6. Voľná kapacita obsadenej koľaje K_i
Fig. 2.6 Free capacity of occupied track K_i

O najkratšej ceste z jedného počiatočného do jedného cieľového vrcholu hovoríme vtedy, ak je presne určený koniec koľaje, ktorým má vlak počiatočnú koľaj opustiť, a tiež je presne určený koniec cieľovej koľaje, cez ktorý má vlak na cieľovú koľaj prísť. Tieto situácie je dôležité rozlišovať najmä v prípadoch, kedy premiestňovaným objektom nie je vlak, ale len lokomotíva. Keď je na počiatočnej koľaji lokomotíva pripojená k vlaku, nemôže z počiatočnej koľaje odísť cez jej ľubovoľný koniec. Podobne, ak na cieľovej koľaji stojí súprava a chceme k nej prisunúť lokomotívu, musíme špecifikovať, ku ktorému koncu

The shortest path from one defined initial vertex to one defined terminal vertex is computed, if it is precisely determined the endpoint of the track through which a train shall leave the initial track, as well as it is precisely determined the endpoint of the terminal track, through which a train shall come to the terminal track. It is important to specify the endpoints of the tracks especially in the case where the object of transfer is not a train, but a locomotive. If a locomotive joins a train on the initial track, it cannot leave the initial track through its arbitrary endpoint. Likewise, if the train cars stand on the terminal track and we want

vlaku ju chceme pripojiť, tzn. z ktorého konca má na cieľovú koľaj prísť. Naviac môže mať zmysel aj situácia, kedy má lokomotíva prísť na rovnakú koľaj, na ktorej stojí, ale z opačného konca. Ak nepotrebujeme rozlišovať jednotlivé konce počiatočnej koľaje, potom nehľadáme cestu z jedného počiatočného vrcholu, ale z množiny počiatočných vrcholov tvorenej vrcholmi $v_i^{(1)}$ a $v_i^{(2)}$. Podobne, ak nešpecifikujeme koniec cieľovej koľaje, uvažujeme dvojprvkovú množinu cieľových vrcholov.

Najkratšiu cestu medzi dvoma vrcholmi grafu G_2 možno ľahko pretransformovať na najkratší sled medzi dvoma hranami grafu G_0.

3. Model koľajiska založený na hranovo ohodnotenom grafe

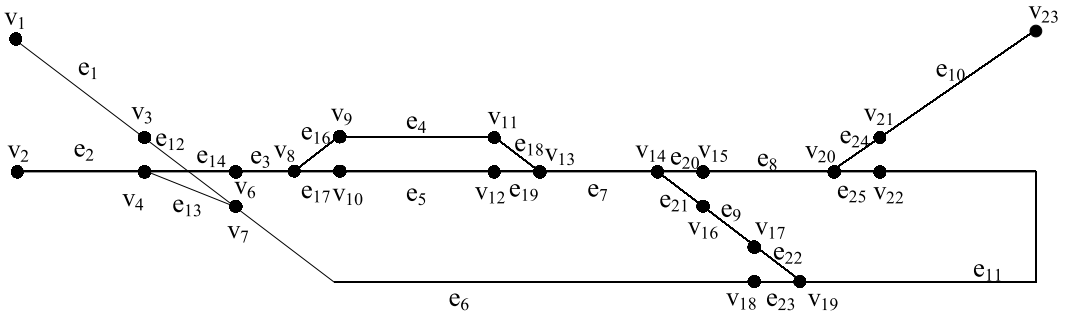
Hranovo ohodnotený graf predstavuje prirodzený model koľajiska, v ktorom hrany reprezentujú koľaje a výhybkové koľaje a vrcholy predstavujú spojenia medzi koľajami. Ohodnotenie hrany odpovedá dĺžke koľaje. Na obr. 3.1 je graf G modelujúci koľajisko z obr. 2.1. Polovičná križovatková (anglická) výhybka sa modeluje bez deliaceho vrcholu v strede výhybky. Hrany, ktoré modelujú výhybku, definujú technicky možné prechody medzi koľajami, ktoré výhybka spája. Polovičná anglická výhybka na obr. 2.1 neumožňu je priamu jazdu z koľaje (hrany) e_1 na koľaj e_3, preto v grafe G neexistuje hrana medzi vrcholmi v_3 a v_6.

to shunt a locomotive to them, we have to determine which endpoint of a train we want it to join (i.e. from which endpoint it shall come to on the terminal track). It might even be the case that a locomotive has to come to the same track on which it stands, but through the opposite endpoint. If the individual endpoints of the initial track need not be distinguished, then we do not search for a path from one initial vertex, but from a set of initial vertices consisting of vertices $v_i^{(1)}$ and $v_i^{(2)}$. Likewise, if the endpoint of the terminal track is not determined, a set of two terminal vertices is taken into account.

The shortest path between a pair of vertices of graph G_2 can be easily transformed to the shortest walk between a pair of edges of graph G_0.

3. A trackage model based upon an edge weighted graph

An edge weighted graph stands for a natural model of a trackage. The edges represent the tracks and the switch tracks. The vertices represent the connections between tracks. The edge weight corresponds to the length of the track. In Fig. 3.1 graph G models the trackage from Fig. 2.1. A single-slip switch is modelled without a divided vertex in the middle of a switch. The edges modelling a switch define technically allowed transits between tracks connected by a switch. The single-slip switch in Fig. 2.1 does not allow direct transit from track (edge) e_1 to track e_3, that's why an edge between v_3 and v_6 does not exist in graph G.



Obr. 3.1 Graf G
Fig. 3.1 Graph G

Uvedený spôsob modelovania výhybiek však nedefinuje úplne pravidlá prejazdu cez výhybku. Musíme ešte definovať, že vlak nemôže prejsť priamo z jednej výhybkovej koľaje na druhú, ale že musí urobiť reverziu, t. j. prejsť cez výhybku v jednom smere, zastaviť na nasledujúcej koľaji (alebo viacerých koľajach) a až potom sa na výhybku vrátiť. Napr. pri jazde z koľaje e_4 cez vrchol v_{11} na koľaj e_5 cez vrchol v_{12} by vlak musel prechádzať cez koľaje e_{18}, e_7 a e_{19}. Preto definujeme množinu zakázaných odbočení. Jej prvkami sú neusporiadané dvojice hrán. Hrany z jednej dvojice modelujú koľaje jednej výhybky. Každá dvojica teda udáva, že nie je možný priamy prechod z jednej výhybkovej koľaje na druhú, ktorá je súčasťou rovnakej výhybky. Pre jednoduchú výhybku vystačíme s jednou neusporiadanou dvojicou, napr. $[e_{18}, e_{19}]$. U polovičnej anglickej výhybky musíme definovať dve neusporia-

This way of a switch modelling does not completely define the rules of transit through a switch. We have to define that a train cannot transit directly from one switch track to another, but it has to make a reverse. It means, in fact, that it has to transit through a switch in one direction, to stop on the next track (on more tracks, respectively) and after that return back to a switch. For example, moving from track e_4 through vertex v_{11} to track e_5 through vertex v_{12}, a train has to transit through tracks e_{18}, e_7 and e_{19}. That is the reason to define a *set of forbidden turns.* The elements of the set are represented by unordered pairs of edges. The edges of one pair model tracks of one switch. Therefore, each pair expresses the fact that a direct transit between two tracks which belong to the same switch is not possible. For a simple switch, one pair is sufficient, e.g. $[e_{18}, e_{19}]$. For a single-slip

dané dvojice, napr. pre polovičnú križovatkovú výhybku na grafe G by to boli dvojice $[e_{12}, e_{13}]$ a $[e_{13}, e_{14}]$. Pre celú anglickú výhybku by sme potom definovali štyri neusporiadané dvojice hrán.

Najkratšou cestou pre premiestnenie vlaku z jednej koľaje na druhú je v grafe G najkratší prípustný sled z počiatočnej na cieľovú hranu. Prípustným sledom rozumieme sled, v ktorom

a) žiadne dve po sebe idúce hrany netvoria zakázané odbočenie;
b) súčet ohodnotení hrán, ktoré sa v slede opakujú a predstavujú koľaje, na ktorých vlak vykoná reverziu, je väčší alebo rovný dĺžke vlaku.

Najkratší prípustný sled môžeme vyhľadať pomocou Dijkstrovho algoritmu [1, 3], ale musíme ho modifikovať tak, aby rešpektoval zakázané odbočenia na výhybkách, dĺžku premiestňovaného objektu a aktuálne obsadenie koľajiska.

Pretože Dijkstrov algoritmus je vrcholovo orientovaný (hľadá vzdialenosti do vrcholov grafu), musíme definovať, ako sa zakázané odbočenia prejavia vo vrcholovom okolí každého vrcholu. Predovšetkým, vrcholové okolie vrcholu definujeme vzhľadom na každú hranu, s ktorou je vrchol incidentný. Ak teda hrana e_l má krajné vrcholy v_k a v_z, *potom vrcholové okolie vrcholu* v_k *vzhľadom ku hrane* e_l bude množina obsahujúca všetky jeho susedné vrcholy okrem vrcholu v_z. Vrcholové okolie vrcholu v_k vzhľadom na hranu e_l môžeme ďalej rozdeliť na *tranzitné* a *reverzné* vrcholové okolie. V tranzitnom vrcholovom okolí vrcholu v_k sa nachádzajú také jeho susedné vrcholy v_t, že hrany incidentné s týmito vrcholmi a s vrcholom v_k netvoria s hranou e_l zakázané odbočenie. Reverzné vrcholové okolie vrcholu vk je buď prázdne, alebo je tvorené jedným vrcholom v_r, ktorý je susedný s vrcholom v_k a hrana incidentná s vrcholom v_r a s vrcholom v_k je v zakázanom odbočení s hranou e_l. Pre ilustráciu sa vráťme k obr. 3.1 a definujme vrcholové okolie vrcholu v_8 vzhľadom na hranu e_{17}. Vrcholové okolie vrcholu v_8 vzhľadom na hranu e_{17} je množina $\{v_6, v_9\}$, pričom $\{v_6\}$ tvorí tranzitné a $\{v_9\}$ reverzné vrcholové okolie vrcholu v_8 vzhľadom na hranu e_{17}.

Rozdelenie vrcholového okolia vrcholu v_k na tranzitné a reverzné má význam pre značkovanie následníkov aktuálneho vrcholu. Ak následník aktuálneho vrcholu v_k je z reverzného vrcholového okolia, môžeme ho označkovať len vtedy, ak za vrcholom v_k existuje dostatočne dlhá cesta v pôvodnom smere pre zastavenie vlaku. Ak takáto cesta existuje, hovoríme, že vrchol v_k je dostupný, v opačnom prípade je vrchol v_k nedostupný a nemôžeme z neho pokračovať po hrane, ktorá je v zakázanom odbočení s hranou, po ktorej sme sa do vrcholu v_k dostali. V inicializačnej fáze algoritmu sú všetky vrcholy označené ako nedostupné. Po nájdení trasy $T_u = \{v_i, u_1, u_2, ..., u_N, u\}$ z počiatočného vrcholu v_i do vrcholu u označíme za dostupné všetky vrcholy u_i na tejto ceste, pre ktoré platí $d_u - d_{ui} \geq l_O$, kde d_u, resp. je vzdialenosť z počiatočného vrcholu vi do vrcholu u, resp. d_u do vrcholu u_i a l_O je dĺžka vlaku (objektu premiestnenia).

Následníka aktuálneho vrcholu v_k z jeho reverzného vrcholového okolia nemôžeme teda označkovať, ak vrchol v_k nie je dostupný. Vrchol, ktorý je nedostupný z dôvodu ukončenia alebo obsadenia koľajiska, musíme vrátiť do množiny neoznačených vrcholov, aby ho algoritmus mohol v ďalších krokoch označiť z iného smeru. Situácia je ilustrovaná na obr. 3.2.

switch, two unordered pairs have to be defined, e.g. $[e_{12}, e_{13}]$ and $[e_{13}, e_{14}]$. For a double-s lip switch, four unordered pairs of edges are defined.

The shortest admissible walk from an initial to a terminal edge of graph G represents the shortest route for train transfer from an initial to a terminal track. An admissible walk is a walk in which

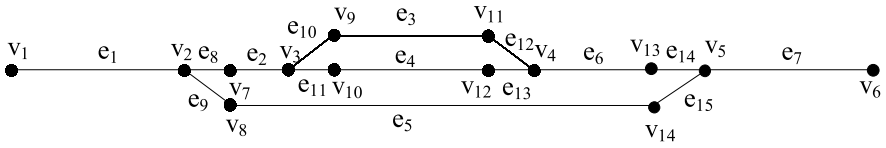
a) none of two successive edges belongs to the set of forbidden turns;
b) the sum of the weights of edges repeated in a walk and representing tracks, on which a train makes a reverse, is greater or equal to the train length.

The shortest admissible walk can be found by Dijkstra's algorithm [1, 3] which is supposed to be modified so that it could respect forbidden turns on switches as well as the length of an object of transfer and the actual trackage occupation.

The Dijkstra's algorithm uses a vertex-oriented approach (it searches paths to *vertices* of a graph), therefore, we have to define how to express the forbidden turns in a vertex neighbourhood. First, we define a vertex neighbourhood with regard to every edge incident to the vertex. Therefore, if edge e_l has endpoints v_k and v_z then *a neighbourhood of* v_k *with regard to edge* e_l is a set of its neighbours with the exception of vertex v_z. A neighbourhood of v_k with regard to edge e_l can be divided into a *transit* and a *reverse* neighbourhood. A transit neighbourhood of v_k consists of those of its neighbours v_t that the edges with endpoints v_t and v_k do not constitute forbidden turns with edge e_l. A reverse neighbourhood of v_k is either empty or consists of one vertex v_r that is a neighbour of v_k and the edge with endpoints v_t and v_k constitutes a forbidden turn with edge e_l. For an illustration, let us go back to Fig. 3.1 and define the neighbourhood of vertex v_8 with regard to edge e_{17}. The neighbourhood of vertex v_8 with regard to edge e_{17} is set $\{v_6, v_9\}$, whereby $\{v_6\}$ stands for the transit and $\{v_9\}$ stands for the reverse neighbourhood of vertex v_8 with regard to edge e_{17}.

The division of a neighbourhood of vertex v_k to a transit and a reverse one is important for the labelling of successors of the actual vertex. If a successor of the actual vertex v_k belongs to its reverse neighbourhood, it can be labelled only if a route (behind the vertex v_k in the original direction) is long enough for a train stop. If the required route exists, the vertex v_k is said to be accessible. Otherwise, the vertex v_k is inaccessible and the route cannot go on using an edge, which constitutes a forbidden turn with the edge coming into vertex v_k. During the initialisation phase of the algorithm, all vertices are indicated as inaccessible. When the route $T_u = \{ v_i, u_1, u_2, ..., u_N, u\}$ from initial vertex v_i to vertex u was found, all vertices ui on this path which holds $d_u - d_{ui} \geq l_O$, are indicated as accessible. We denoted the distance from the initial vertex v_i to the vertices u and u_i by d_u and d_{ui} respectively and the length of an object of transfer by l_O.

Therefore, a successor of the actual vertex v_k from its reverse neighbourhood cannot be labelled until v_k is accessible. A vertex that is inaccessible due to the end of trackage or the track occupation has to be deleted from a search tree so that the algorithm could label it in the next search process through another predecessor. The situation is illustrated in Fig. 3.2.



Obr. 3.2. Hľadanie alternatívnej cesty pri obmedzenej dĺžke koľajiska
Fig. 3.2 Searching of an alternative path in a restricted trackage

Vlak, ktorý stojí na koľaji e_5, chceme premiestniť na koľaj e_4, pričom požadujeme, aby vlak prišiel na koľaj e_4 zľava. Dĺžka koľaje e_1 je menšia než dĺžka vlaku a neumožňuje reverziu pohybu, preto vlak nemôže prísť na koľaj e_4 najkratšou cestou cez koľaje e_9, e_1, e_8, e_2 a e_{11}. Súčet dĺžok koľají e_1, e_8 a e_2 je naopak dostatočný a cesta cez koľaj e_3 s reverziou na koľajach e_2, e_8 a e_1 je prípustná. Aby algoritmus toto prípustné riešenie našiel, musí po neúspešnom pokuse o reverziu vo vrchole v_2 (pri ceste z koľaje e_5) nedostupné vrcholy v_1 a v_2 uvoľniť pre hľadanie cesty z iného smeru. To znamená, že označenie vrcholov sa nastaví na počiatočnú hodnotu ($d_1 = \infty$ a $d_2 = \infty$). Okrem toho, po preznačení nedostupného vrcholu sa do množiny dočasne označených vrcholov musí zaradiť taký jeho susedný vrchol, ktorý nie je jeho predchodcom, ale má značku $< \infty$, pretože tento vrchol sa môže stať predchodcom nedostupného vrcholu na novej ceste.

Algoritmus musí ďalej rešpektovať aktuálne obsadenie koľajiska. Obsadenie koľajiska je vyjadrené ako voľná kapacita koľají vztiahnutá ku každému koncu koľaje (obr. 2.6). Podobne ako v predchádzajúcom modeli, dĺžka vlaku a obsadenie koľajiska sú vstupnými parametrami algoritmu.

4. Výpočtové experimenty

Obidva spôsoby modelovania koľajiska a na nich založené algoritmy pre výpočet najkratšej jazdnej cesty sme testovali na ilustračnom koľajisku z obr. 2.1 a na reálnom koľajisku zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom (obr. 4.1). Cieľom výpočtových experimentov bolo porovnať obidva spôsoby modelovania koľajiska z hľadiska rýchlosti výpočtu najkratšej jazdnej cesty.

Na digrafe z obr. 2.5 sme nechali algoritmus vypočítať najkratšie cesty medzi všetkými dvojicami vrcholov, a to pre rôzne dĺžky vlaku (v rozsahu od 0 do 500 m). Pre každú dĺžku vlaku sme potom vypočítali priemerný čas pre vyhľadanie jednej cesty.

Digraf modelujúci koľajisko zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom má 1178 vrcholov a 1095 hrán. Na takom rozsiahlom modeli by bolo časovo náročné (a asi aj zbytočné) počítať všetky najkratšie cesty, preto algoritmus počítal najkratšie cesty len medzi prvými 200 vrcholmi.

Všetky výpočty prebiehali za predpokladu, že koľajisko je prázdne (všetky koľaje sú voľné).

Výsledky experimentov na oboch koľajiskách sú zhrnuté v tab. 4.1. V prvých dvoch stĺpcoch tabuľky je počet vrcholov, resp. počet hrán digrafu modelujúceho dané koľajisko. Tretí stĺpec

A train standing on track e_5 shall be transferred to track e_4. We want it to come to the terminal track through its left endpoint. The length of track e_1 is less than the length of the train and it does not allow for making a reverse. That's why the train cannot come to e_4 using the shortest route through tracks e_9, e_1, e_8, e_2 and e_{11}. On the other hand, the sum of the lengths of tracks e_1, e_8 and e_2 is sufficient and the route through track e_3 (with reversion on tracks e_2, e_8 and e_1) is admissible. So that the algorithm could find this admissible solution, it has to remove inaccessible vertices v_1 and v_2 from a search tree after an unsuccessful reversion behind vertex v_2 (on a path from e_5). It means that the labels of v_1 and v_2 are set again to their initial values ($d_1 = \infty$ a $d_2 = \infty$). In addition, when an inaccessible vertex v_k was re-labelled, its neighbour having a label and not being a predecessor of v_k has to be indicated as the temporary labelled vertex in order so that it could become a predecessor of v_k on a new path.

The algorithm has to respect the actual trackage occupation. The trackage occupation is expressed as the free capacity of each track related to the endpoint of the track (Fig. 2.6). As in the preceding model, the length of the train and the trackage occupation represent input parameters of the algorithm.

4. Computational experiments

Both methods of trackage modelling and algorithms for finding the shortest train route based upon them were tested on the illustrative trackage in Fig. 2.1, as well as on the real trackage of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom (Fig. 4.1). The goal of computational experiments was to compare both methods of trackage modelling in terms of the time performance of the algorithms.

On the digraph in Fig. 2.5 the algorithm was run for all pairs of vertices and for various train lengths (ranging from 0 to 500 m). Then for each train length an average algorithm calculation time was measured.

The digraph, modelling the trackage of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom, is composed of 1178 vertices and 1095 edges. It would be time-consuming (and probably useless) to find all the shortest paths on such a large model. That's why the algorithm was run just for pairs of the first 200 vertices.

All computations were done supposing the trackage is empty (all tracks are free).

The computational results for both track infrastructures are summarised in Table 4.1. The number of vertices and the number of edges of the digraph (modelling the given trackage) are in the first two columns of the table. The third column labelled N_c

tabuľky označený symbolom N_c udáva počet vrcholov, medzi ktorými by sme chceli vypočítať najkratšie cesty. Pred spustením výpočtu sa najprv skontroluje, či výpočet má zmysel, t. j. či dĺžka koľají modelovaných počiatočným a cieľovým vrcholom je väčšia alebo rovná dĺžke vlaku. Počet ciest, ktoré algoritmus počíta, teda závisí od dĺžky vlaku a platí preň vzťah počet ciest $\leq N_c^2 - N_c$. Do tohto počtu sú zahrnuté aj také cesty, ktoré algoritmus začal počítať, ale nedopočítal, pretože zistil, že požadovaná cesta neexistuje.

Ďalší stĺpec tabuľky obsahuje celkový čas výpočtu všetkých ciest. V poslednom stĺpci je priemerný čas výpočtu jednej cesty.

Výsledky výpočtových experimentov pre ohodnotený digraf Tab. 4.1

N	M	N_C	Dĺžka vlaku [m]	Počet ciest	Celkový čas [s]	Priemerný čas [ms]
50	78	50	0	2450	1.10	0.45
50	78	50	50	380	0.22	0.58
50	78	50	100	306	0.17	0.56
50	78	50	200	132	0.11	0.83
50	78	50	300	30	0.06	2.00
50	78	50	400	12	0.05	4.17
50	78	50	500	12	0.06	5.00
1178	1905	200	0	39800	578.64	14.54
1178	1905	200	50	5402	90.24	16.70
1178	1905	200	100	2450	38.56	15.74
1178	1905	200	200	1560	24.66	15.81
1178	1905	200	300	1122	18.90	16.84
1178	1905	200	400	756	13.02	17.22
1178	1905	200	500	756	12.31	16.28

Výsledky výpočtových experimentov pre neorientovaný hranovo ohodnotený graf Tab. 4.2

N	M	M_C	Dĺžka vlaku [m]	Počet sledov	Celkový čas [s]	Priemerný čas [ms]
22	24	24	0	2256	1.65	0.73
22	24	24	50	650	0.49	0.75
22	24	24	100	306	0.28	0.92
22	24	24	200	132	0.11	0.83
22	24	24	300	30	0.06	2.00
22	24	24	400	12	0.05	4.17
22	24	24	500	12	0.05	4.17
690	577	100	0	39800	452.64	11.37
690	577	100	50	5402	72.56	13.43
690	577	100	100	2450	41.31	16.86
690	577	100	200	1560	31.80	20.38
690	577	100	300	1122	27.85	24.82
690	577	100	400	756	24.01	31.76
690	577	100	500	756	24.44	32.33

involves the number of vertices, between which we would like to find shortest paths. Before the algorithm starts running, it is checked to see if the lengths of tracks modelled by the initial and the terminal vertices are greater or equal to the length of the train. Therefore, the number of paths the algorithm searches depends on the length of the train and the following relation holds: *number of paths* $\leq N_c^2 - N_c$. The number of paths includes also those paths, which the algorithm started to search, but it fails due to the fact that the required path did not exist.

The next column of the table involves the total computation time of all the paths. There is an average time of one algorithm run in the last column.

Computational results for a weighted digraph Tab. 4.1

N	M	N_C	Train lenght [m]	Number of walks	Total time [s]	Averange time [ms]
50	78	50	0	2450	1.10	0.45
50	78	50	50	380	0.22	0.58
50	78	50	100	306	0.17	0.56
50	78	50	200	132	0.11	0.83
50	78	50	300	30	0.06	2.00
50	78	50	400	12	0.05	4.17
50	78	50	500	12	0.06	5.00
1178	1905	200	0	39800	578.64	14.54
1178	1905	200	50	5402	90.24	16.70
1178	1905	200	100	2450	38.56	15.74
1178	1905	200	200	1560	24.66	15.81
1178	1905	200	300	1122	18.90	16.84
1178	1905	200	400	756	13.02	17.22
1178	1905	200	500	756	12.31	16.28

Computational results for a non-oriented edge weighted graph Tab. 4.2

N	M	M_C	Train lenght [m]	Number of walks	Total time [s]	Averange time [ms]
22	24	24	0	2256	1.65	0.73
22	24	24	50	650	0.49	0.75
22	24	24	100	306	0.28	0.92
22	24	24	200	132	0.11	0.83
22	24	24	300	30	0.06	2.00
22	24	24	400	12	0.05	4.17
22	24	24	500	12	0.05	4.17
690	577	100	0	39800	452.64	11.37
690	577	100	50	5402	72.56	13.43
690	577	100	100	2450	41.31	16.86
690	577	100	200	1560	31.80	20.38
690	577	100	300	1122	27.85	24.82
690	577	100	400	756	24.01	31.76
690	577	100	500	756	24.44	32.33

Rovnakým spôsobom bol testovaný aj druhý model - neorientovaný hranovo ohodnotený graf. Na modeli ilustračného koľajiska (graf na obr. 3.1) sme pre rôzne dĺžky vlaku vypočítali všetky prípustné sledy. Na modeli koľajiska zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom sme vypočítali všetky prípustné sledy medzi prvými 100 hranami.

Výsledky testov sú zhrnuté v tab. 4.2. Horná polovica tabuľky platí pre ilustračné koľajisko, dolná polovica pre koľajisko zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom. V prvých dvoch stĺpcoch tabuľky je počet vrcholov, resp. počet hrán grafu modelujúceho dané koľajisko. Tretí stĺpec tabuľky označený symbolom M_c udáva počet hrán, medzi ktorými by sme chceli vypočítať najkratšie sledy. Pre počet sledov, ktoré algoritmus počíta (piaty stĺpec), platí vzťah *počet sledov* $\leq 4M_c^2 - 2M_c$. Pre vlak dĺžky 0 m platí v tomto vzťahu rovnosť a algoritmus vyhľadá vlastne najkratšie cesty. V posledných dvoch stĺpcoch tabuľky je celkový čas výpočtu všetkých sledov a priemerný čas výpočtu jedného sledu.

Výpočtové experimenty boli vykonané na osobnom počítači s procesorom I80486DX/100MHz.

Porovnaním výsledkov v tabuľkách 4.1 a 4.2 zistíme, že priemerná doba výpočtu najkratšej jazdnej cesty je pri oboch spôsoboch modelovania koľajiska rádovo rovnaká. Na reálnom koľajisku pre vlak dlhší ako 100 m je výpočet na digrafe o niečo rýchlejší než výpočet na neorientovanom grafe, pričom rozdiel v rýchlosti stúpa so zväčšujúcou sa dĺžkou vlaku.

5. Záver

Navrhnuté modely koľajiska a algoritmy výpočtu najkratšej jazdnej cesty rešpektujú špecifický charakter koľajovej siete v železničnej stanici a pravidlá, ktorými sa riadi pohyb koľajových vozidiel. Algoritmy dokážu vypočítať optimálnu trasu pre premiestnenie vlaku (o zadanej dĺžke) za plnej prevádzky na stanici, kedy sa v koľajisku nachádzajú súčasne iné vlaky, ktoré obsadzujú alebo blokujú koľaje. Na druhej strane sa algoritmy dajú využiť na vytvorenie databázy ciest, ktoré boli vypočítané pre nulovú dĺžku vlaku a na prázdnom koľajisku. V takto vytvorenej databáze vyhľadáme cestu v prípadoch, kedy často používame rovnakú cestu, nezáleží na dĺžke vlaku a je zaručené, že všetky koľaje sú voľné. Typickým príkladom takej situácie je triedenie vlakov na zvážnom pahorku. Všetky vozne, ktoré patria do jednej relácie, smerujú zo zváženého pahorku na rovnakú smerovú koľaj. Prechádzajú teda cez rovnaké koľaje, ktoré musia byť voľné. Vyhľadaním cesty v databáze sa vyhneme opakovanému výpočtu rovnakej ces ty.

Prvý model - ohodnotený digraf - je v porovnaní s druhým modelom - hranovo ohodnoteným neorientovaným grafom - menej presný. Je preto použiteľný v takých úlohách, kde vystačíme so zjednodušeným modelovaním pohybu koľajových vozidiel (nemodelujeme úplne presne obsadenie koľají pri reverzii). Tento prístup môžeme uplatniť napríklad v simulačnom modeli prevádzky železničnej zriaďovacej stanice, ktorý skúma len kapacitné možnosti stanice a nezaujíma sa o presné obsadenie všetkých koľají [7]. Druhý model je veľmi podrobný. Umožňuje detailné

The second model - a non-oriented edge weighted graph - was tested in the same way. All admissible walks for various train lengths were searched on the model of the illustrative trackage (the graph in Fig. 3.1). On the trackage model of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom, the admissible walks between the first 100 edges were searched.

The computational results are summarised in Table 4.2. The upper half of the table demonstrates the illustrative trackage, the bottom half the trackage of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom. The number of vertices and the number of edges of the graph modelling the given trackage are in the first two columns of the table. The third column labelled M_c involves the number of edges, between which we would like to find shortest walks. For the number of walks the algorithm searches the following relation holds: *number of walks* $\leq 4M_c^2 - 2M_c$. For a train of zero length the equality holds in the mentioned relationship and the algorithm finds in fact the shortest paths. The total computation time of all the walks and an average time of one walk are in last two columns of the table.

Computational experiments were done using a personal computer with processor I80486DX/100MHz.

Comparing results in tables 4.1 and 4.2, we find out that an average time for finding the shortest train route is of the same order for both methods of trackage modelling. The algorithm on a digraph outperforms slightly the algorithm on a graph for train length greater than 100 m. The distinction in performance increases with an increase in train length.

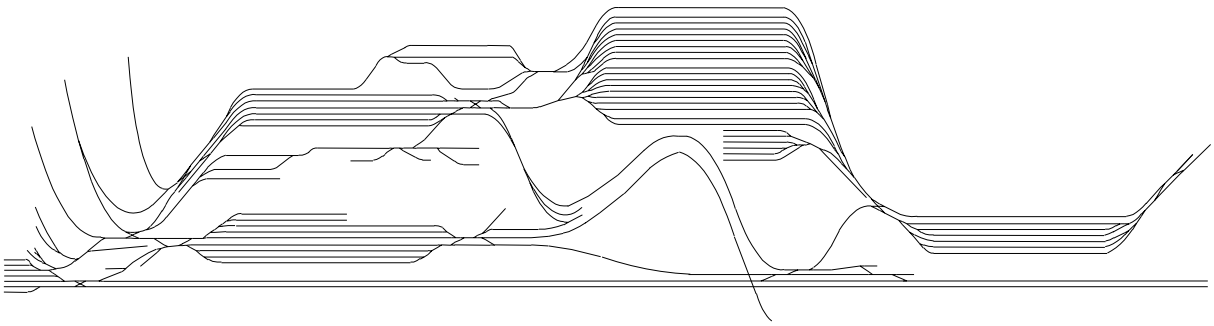
5. Conclusions

The designed trackage models and the algorithms for finding the shortest train route respect a specific character of the track network in a railway node, as well as the rules for the movement of rail vehicles. The algorithms are able to find an optimal route for a transfer of a train (not neglecting its length) under the complex marshalling yard operation when a lot of other railway vehicles occupy or block the trackage. On the other hand, the algorithms can be used to create a database of routes being calculated for a train of zero length and for an empty trackage. Then we can query this database in case the same route is often needed when it does not depend upon the length of the train and all tracks are free. A typical example of this situation is a train sorting on a hump. All train cars of one direction move from a hump to the same sorting track. They pass the same tracks and switches which must be free. Finding such routes in the database, we do not need to repeat the calculation of the same route.

The first model - a weighted digraph - is less precise compared to the second model - a non-oriented edge weighted graph. It is useful in those problems where simplified model of the movement of rail vehicles is sufficient (we do not need to model absolutely precisely the occupation of tracks during the reverse). This approach can be applied, for example, in a simulation model of marshalling yard operation which investigates capacity possibilities of a marshalling yard and is not interested in the precise occupation of all tracks [7]. The second model is very detailed. It

sledovanie pohybu vlaku a verne odráža situáciu v reálnom koľajisku. Na druhej strane, výsledky výpočtových experimentov na reálnom koľajisku ukázali, že algoritmus na digrafe vyhľadá najkratšiu trasu pre premiestnenie vlaku dlhšieho ako 100 m rýchlejšie než upravený Dijkstrov algoritmus na neorientovanom grafe, a to aj napriek tomu, že digraf má oproti neorientovanému grafu zhruba dvojnásobný počet vrcholov a trojnásobný počet hrán.

allows for investigating the movement of a train in detail and faithfully reflects the situation in a real trackage. On the other hand, the computational results on the real trackage showed that the algorithm based upon a digraph outperforms modified Dijkstra's algorithm on a non-oriented graph for train length greater than 100 m, although a digraph has double the number of vertices and triple the number of edges than a non-oriented graph.



Obr. 4.1. Plán železničnej zriaďovacej stanice Žilina - Teplička nad Váhom
Fig. 4.1 Plan of marshalling yard Žilina - Teplička nad Váhom

Literatúra

[1] CENEK, P.: Modelování a optimalizace procesů na dopravních sítích, habilitační práce, Žilinská univerzita, Žilina, 1996
[2] CENEK, P.: Simulation of processes in a marshalling yard, In: Proceedings of COMPRAIL '96 conference in Berlin - Germany, Wessex Institute of Technology-Computational Mechanics Publications, Southampton - UK, 1996, pp. 501-510
[3] CENEK, P., KLIMA, V., JANÁČEK, J.: Optimalizace dopravních a spojových procesů, VŠDS, Žilina, 1994
[4] KAVIČKA, A.: Aplikace polárních grafů v dopravě, Sborník přednášek z 9. Mezinárodní vědecké konference, VŠDS, Žilina, 1993, str. 191-197
[5] KAVIČKA, A.: Modelování kolejiště a algoritmy výpočtu nejkratších jízdních cest. Dizertačná práca, Žilinská univerzita, Žilina, 1997
[6] KLIMA, V., KAVIČKA, A.: Virtual railway marshalling yard, In: Preprints of the „IFAC/IFIP/IFORS Symposium - Transportation systems", Technical University of Crete, Chania, Greece, 1997, pp. 880-883, vol. 2
[7] SADLOŇ, Ľ.: Simulačný model železničnej zriaďovacej stanice, kandidátska dizertačná práca, VŠDS, Žilina, 1994
[8] ZELINKA, B.: Polar graphs and railway traffic, Aplikace matematiky 3/1974, pp. 169-176

Recenzenti: K. Šotek, S. Palúch

References

[1] CENEK, P.: Modelování a optimalizace procesů na dopravních sítích, habilitační práce, Žilinská univerzita, Žilina, 1996
[2] CENEK, P.: Simulation of processes in a marshalling yard, In: Proceedings of COMPRAIL '96 conference in Berlin - Germany, Wessex Institute of Technology-Computational Mechanics Publications, Southampton - UK, 1996, pp. 501-510
[3] CENEK, P., KLIMA, V., JANÁČEK, J.: Optimalizace dopravních a spojových procesů, VŠDS, Žilina, 1994
[4] KAVIČKA, A.: Aplikace polárních grafů v dopravě, Sborník přednášek z 9. Mezinárodní vědecké konference, VŠDS, Žilina, 1993, str. 191-197
[5] KAVIČKA, A.: Modelování kolejiště a algoritmy výpočtu nejkratších jízdních cest. Dizertačná práca, Žilinská univerzita, Žilina, 1997
[6] KLIMA, V., KAVIČKA, A.: Virtual railway marshalling yard, In: Preprints of the „IFAC/IFIP/IFORS Symposium - Transportation systems", Technical University of Crete, Chania, Greece, 1997, pp. 880-883, vol. 2
[7] SADLOŇ, Ľ.: Simulačný model železničnej zriaďovacej stanice, kandidátska dizertačná práca, VŠDS, Žilina, 1994
[8] ZELINKA, B.: Polar graphs and railway traffic, Aplikace matematiky 3/1974, pp. 169-176

Reviewed by: K. Šotek, S. Palúch