Blahoslav Harman – Viktor Ferencey *

# VYUŽITIE PSEUDO-STOCHASTICKÉHO MODELU TERÉNU PRE SIMULÁCIU VIBRÁCIÍ A OTRASOV CESTNÝCH DOPRAVNÝCH PROSTRIEDKOV

## UTILIZATION OF A PSEUDO-STOCHASTIC MODEL OF TERRAIN IN SIMULATION OF VIBRATIONS AND SNUBBING IN ROAD MEANS OF TRANSPORT

*Physical and geometrical properties of environment lead to mathematical models of terrain – vehicle relationship. The basic idea of the presented approach is to construct a two – dimensional funnction, whose three – dimensional graph has properties similar to the terrain to be modeled. The idea of the paper is expected to be used in simulation of phenomena connectedwith impacts of vibrations and snubbing to humans as well as on technological factors.*

*Keywords: Pseudo-stochastic model, terrain, mathematical models, two-dimensional function, three dimensional graph, single components, model function, linear combination, experimental verification.*

*Physical and geometrical properties of environment lead to mathematical models of terrain- vehicle interaction. The basic idea of the presented approach is to construct a two – dimensional function whose three-dimensional graph has properties similar to the terrain to be modeled. The idea of the paper is expected to be used in simulation of phenomena connected with impacts of vibrations and snubbing to humans as well as on technological factors.*

*Keywords: Pseudo-stochastic model, terrain, mathematical models, two-dimensional function, three dimensional graph, single components, model function, linear combination, experimental verification.*

### 1. Úvod

Cestujúci v dopravných prostriedkoch sú vystavovaní vibráciám a otrasom, ktoré rôznym spôsobom môžu ovplyvňovať ich zdravotný stav. Záleží pri tom na spôsobe prenosu vibrácií na ľudský organizmus a na fyzikálnych vlastnostiach vibrácií. Pôsobením vibrácií na vodiča dochádza uňho k únave, ktorá ovplyvňuje jeho výkon a reakčné schopnosti, čo zvyšuje taktiež nebezpečie vzniku dopravných nehôd. Pre zmenšenie účinkov vibrácií dopravnej techniky na človeka a zároveň na spätné namáhanie vozovky je potrebné analyzovať dynamické sily medzi kolesami vozidla a povrchom vozovky resp. terénu.

Väčšina mechanických konštrukcií a v ich rámci i motorové vozidlá sú v prevádzke vystavené dynamickým účinkom, ktoré sú spôsobené predovšetkým nerovnosťami povrchu vozovky resp. nerovnosťami povrchu terénu. Analýza uvedených dynamických účinkov má svoje vážne opodstatnenie, pretože významne ovplyvňujú najdôležitejšie prevádzkové a konštrukčné vlastnosti motorových vozidiel. Pretože ku kmitaniu dochádza predovšetkým vplyvom nerovností vozovky, resp. terénu, musíme v prvom rade matematicky popísať tieto nerovnosti [1].

Do súboru kvantitatívnych vyjadrení najvýznamnejších faktorov prevádzky motorových vozidiel patrí matematický model profilu terénu. Vzhľadom na to, že sa automobil pohybuje po nerovnos-

### 1. Introduction

Passengers in road means of transport are exposed to vibrations and snubbing, which can affect their health conditions in various ways. The process of affection depends on a transmission mode of vibrations to the human organism and on their physical properties. Due to the effect of vibrations the driver is faced to fatigue which is followed by his performance of driving skill and reaction abilities. As a consequence a risk of road accident is increased. In order to depress the road transport means vibration effects to the human as well as to the to the road endurance, it is necessary to analyze the dynamic forces between vehicle wheels and a roadway surface or terrain.

The most of mechanical constructions are exposed to dynamical impacts during a process of their running. In case of motorcars those impacts are caused by roadway or terrain undulations. The above-mentioned dynamical effects essentially affect the most important operating and construction properties of road means of transport; hence an analysis of them is well founded. Because sources of vibrations are mainly the roadway or terrain undulations, it is necessary, first of all, to describe them mathematically [1].

A mathematical model of a shape of terrain belongs to the basic set of theoretical tools connected to the study of motorcars operation. As the vehicle is moving on the roadway or terrain having

* **Blahoslav Harman, Viktor Ferencey**
Department of Mathematics, Department of Automobiles, Ships and Internal Combustion Engines, Faculty of Mechanical Engineering, Slovak University of Technology, Bratislava, E-mail: harman@sjf.stuba.sk, ferencey@sjf.stuba.sk

tiach, ktoré majú náhodný charakter, je potrebné aplikovať stochastické prístupy k určovaniu profilu povrchu vozovky prípadne terénu. V príspevku je dokumentovaný postup vytvorenia pseudo-stochastického modelu profilu terénu, ktorý je využiteľný pre operatívnu simuláciu interakcie vozidla s povrchom vozovky, resp. terénu.

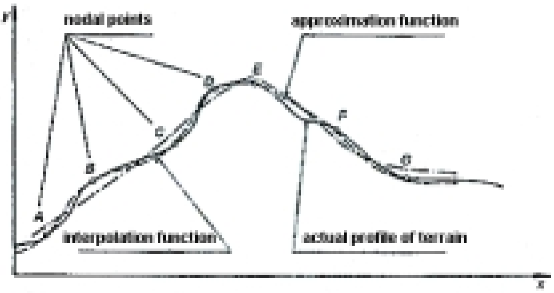
## 2. Súčasné prístupy k matematickému popisu profilu terénu

V súčasnosti existuje niekoľko metód pre vytvorenie matematického modelu jazdnej dráhy pre motorové vozidlá [3]. Jednou z často preferovaných metód je zjednodušená metóda popisu terénu v smere jazdy vozidla a vo zvislej rovine. Zjednodušenie popisu profilu terénu spočíva v predpoklade, že pri prekonávaní nerovností plošného a dĺžkového charakteru je ich profil v priečnom smere rovnaký a bez markantných zmien. Pre popis profilu terénu sa používa určité „vyhladenie terénu", ktoré spočíva v:

- Popise profilu pomocou uzlových bodov so súradnicami $(x_i, y_i)$.
- Nahradení profilu terénu medzi uzlovými bodmi buď interpolačnou funkciou prechádzajúcou uzlovými bodmi, alebo aproximačnou funkciou, získanou z uzlových bodov. Takto získaný matematický popis profilu terénu je ukázaný na obrázku 2.1.

### 2.1. Nahradenie profilu terénu lineárnou interpoláciou

Profil terénu sa delí na čiastkové úseky tak, aby v každom boli dva uzlové body, jeden na začiatku a druhý na konci úseku. Priebeh terénu medzi uzlovými bodmi je nahradený úsečkou, ktorá uzlové body spája. Pri vhodne zvolených vzdialenostiach medzi uzlovými bodmi vzhľadom na skutočný profil terénu je možné dosiahnuť minimálne rozdiely medzi skutočným a vypočítaným profilom.




*Obr. 2.1 Matematický popis profilu terénu*
*Fig. 2.1 Mathematical description of terrain profile*

### 2.2. Nahradenie profilu terénu kvadratickou interpoláciou

Priebeh terénu medzi tromi uzlovými bodmi každého čiastkového úseku je nahradzovaný kružnicou, ktorá prechádza všetkými uzlovými bodmi. Po vypočítaní súradníc ľubovoľného bodu kružnice je potrebné matematicky určiť, ktorá časť kružnice bude využiteľná. V prípade členitého terénu dochádza k veľkým rozdielom medzi skutočným a nahradeným profilom terénu v oblastiach náhlych zmien skutočného profilu. Tento nedostatok sa dá zmierniť vhodnou voľbou uzlových bodov. Interpolačnou krivkou môže byť kvadratická parabola. Pri použití paraboly vo všeobecnej polohe by bolo potrebné vykonať transformáciu súradnic pre každú para-

random characteristics, it is necessary to apply stochastic-oriented approaches and methods. The aim of the paper is to present one of the possible approaches of pseudo-stochastic model of terrain. It can be used in process of vehicle-terrain or vehicle-roadway interaction simulation.

## 2. Contemporary approaches in mathematical description of profile of terrain

In the present time there exist several methods of setting up a mathematical model of motor-car roads [3]. One of them, quite often used, is a simplified method of terrain description in which a vehicle is moved in a vertical plane belonging to the trajectory of movement. This construction is based on an assumption that transverse balances caused by vehicle movement, connected to the undulations overrunning, are constant and without notable variations. Moreover, the profile of terrain is 'smoothed'. The nature of this smoothing lies in:

- Description of terrain using nodal points having coordinates $(x_i, y_i)$.
- The real terrain behavior between each two neighbor nodal points is replaced by an interpolation function identical with terrain in nodal points, or profile of terrain is replaced by an approximation function driven from the nodal points. The above-mentioned mathematical description of terrain profile is shown in figure 2.1.

### 2.1. Replacement a terrain profile using linear interpolation

A profile of terrain is divided into partial segments, each of them contains two nodal points. The real course of terrain is replaced by abscissa connecting the neighbor nodal points. If the distances between the nodal points are appropriately chosen, then it is possible to obtain a sufficiently small difference between a real and a modeled terrain behavior.

### 2.2. Replacement a terrain profile using quadratic interpolation

A profile of terrain is divided into partial segments, each of them contains three nodal points. A real course that corresponds to three neighbor nodal points is replaced by a circle going through them. In case of very rangy terrain a large difference between reality and its interpolation is obtained. The situation in areas of abrupt terrain changes is especially unfavorable. This drawback is possible to reduce by choosing suitable nodal points. Instead of circle a parabolic interpolation can be used. From a general point of view, such interpolation depends on the coordinate system. Use of parabolas whose axes are, e.g. parallel to the axis $x$, (the meaning of the axes bolu. Pri použití paraboly s osou rovnobežnou s osou „$x$" súradného systému dochádza k značným rozdielom (odchylkám) oproti profilu skutočného terénu. Z tohto dôvodu sa používa ako interpolačná krivka parabola s osou rovnobežnou s osou „$y$" súradného systému. Interpolácia profilu terénu pomocou ostatných kužeľosečiek, t. j. elipsou, prípadne hyperbolou sa ukázala ako nevhodná. Dôvodom je skutočnosť, že pre nahradenie skutočného profilu terénu elipsou alebo hyperbolou je potrebné uvažovať minimálne so 4 uzlovými bodmi terénu. Tieto body však nemusia vždy vyhovovať rovnici elipsy či hyperboly. Praktické skúsenosti potvrdzujú, že nahradenie profilu terénu pomocou kružníc je najmenej vhodné. Interpolácia parabolami je vhodná pre úseky s pravidelne sa opakujúcim profilom.

$x$ and $y$ is the same as in fig. 2.1.) the result is not sufficiently satisfying. The approach in which the parabolas, whose axes are parallel to the axis y gives better results. The interpolation based on the use of other quadratic curves (ellipse or hyperbola) has shown to be unsuitable. The main reason for this statement is the fact that we should work with four neighbor nodal points which correspond to one segment. The chosen one requires to satisfy a relatively complicated condition – there exists a quadratic curve passing through them. With respect to practical experience it is possible to say that even an interpolation based on the use of circles is not an acceptable one. Concerning the parabolas, the method is relatively acceptable when a part of the terrain profile is regularly repeated.

## 2.3. Nahradenie profilu terénu Lagrangeovym a Newtonovým polynómom

Profil terénu sa rozdelí na čiastkové úseky tak, aby v každom bolo „$n-2$" uzlových bodov, kde „$n$" je použitý stupeň polynómu. Profil terénu medzi uzlovými bodmi v čiastkovom úseku je nahradený Lagrangeovým polynómom stupňa „$n$", ktorý v uzlových bodoch nadobúda zadané hodnoty. Medze úseku sa volia mimo prvý a posledný uzlový bod preto, aby bola zabezpečená nadväznosť vypočítaného profilu čiastkových úsekov. Lagrangeov polynóm má tvar:

$$P_n(X) = \sum_{k=0}^{n} Y_k B_k(X)\,, \tag{2.1}$$

kde:

## 2.3. Replacement a terrain profile using Lagrange and Newtonian polynomial

Terrain profile is divided into segments, each of them contains $n-2$ nodal points. Integer number n is a degree of a polynomial to be used. A behavior of terrain on each single segment is replaced by Lagrange polynomial passing through corresponding nodal points. In order to assure the join between neighbor segments, the borders of each segment are chosen out of a first and last nodal point. The form of a Lagrange polynomial is the following:

$$P_n(X) = \sum_{k=0}^{n} Y_k B_k(X)\,, \tag{2.1}$$

where:

$$B_k(X) = \frac{(X-X_0)(X-X_1)\ldots(X-X_{k-1})(X-X_{k+1})\ldots(X-X_n)}{(X_k-X_0)(X_k-X_1)\ldots(X_k-X_{k-1})(X_k-X_{k+1})\ldots(X_k-X_n)} \tag{2.2}$$

Okrem Lagrangeovho polynómu sa nahradzuje profil terénu Newtonovým polynómom. Počet uzlových bodov sa volí „$n-2$" pre každý čiastkový úsek profilu. Pritom prvý bod, ktorým býva prekladaný interpolačný polynóm leží na začiatku úseku, „$n-2$" bod leží na konci úseku.

Polynóm je prekladaný „$n$" bodmi a „$n$" je súčasne stupeň polynómu. Newtonov polynóm pre interpoláciu v čiastkových úsekoch s ekvidištančnými hodnotami má tvar:

Besides the Lagrange polynomial replacement of profile of terrain, the replacement using Newtonian polynomial of the $n$-th degree is used. For each segment $n-2$ equidistantly spread nodal points are used. The first nodal point is placed at the beginning of a segment and an $(n-2)$-th one at the end of segment. The form of Newtonian interpolation polynomial for equidistant values in each single segment is as follows:

$$S_n(X) = Y_1 + \frac{\Delta y_1}{h}(X-X_1) + \frac{\Delta^2 y_1}{2h^2}(X-X_1)(X-X_2) + \ldots + \frac{\Delta^n y_1}{n!h^n}(X-X_1)(X-X_2)\ldots(X-X_{n-1})\,, \tag{2.3}$$

kde $\Delta^k y_1$ je možné všeobecne definovať diferencie vzťahom:

$$\Delta^k y_1 = Y_k - \binom{k}{1} Y_{k-1} + \binom{k}{2} Y_{k-2} - \ldots + (-1)^k Y_1 \tag{2.4}$$

v ktorom:

$$\binom{k}{i} = \frac{k!}{i!(k-i)!}\,. \tag{2.5}$$

Interpolácie Lagrangeovým polynómom a Newtonovým polynómom sa úspešne používajú pre úseky terénu s plynulými zmenami. Taktiež je úspešné ich použitie v úsekoch s pravidelne sa opakujúcim profilom. Ale pre úseky s náhlymi zmenami ako napr. zlomy

where $\Delta^k y_1$ difference is possible to define the used general formula

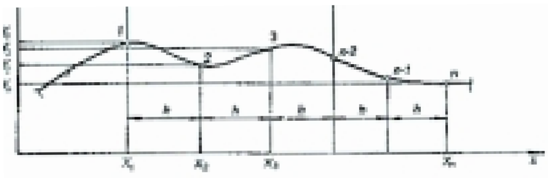
$$\Delta^k y_1 = Y_k - \binom{k}{1} Y_{k-1} + \binom{k}{2} Y_{k-2} - \ldots + (-1)^k Y_1 \tag{2.4}$$

in which

$$\binom{k}{i} = \frac{k!}{i!(k-i)!}\,. \tag{2.5}$$

The expressions $i!$, $k!$ represent combinatorial numbers.

Interpolations realized by means of Lagrange and Newtonian interpolations are successfully applicable especially in situations when terrain waves are smoothly changing or when a shape of a pod., nie je vhodné aplikovať interpolácie Lagrangeovým resp. Newtonovým polynómami. Interpolácia Newtonovým polynómom sa i cez požadované ekvidištantné rozloženie uzlových bodov ukazuje ako jedna z najčastejšie používaných metód interpolácie profilu terénu.



*Obr. 2.2 Interpolácia Newtonovým polynómom*
*Fig. 2.2 Interpolation by Newton polynomial*

terrain segments is periodically repeated. The use of the above mentioned methods is not suitable in case of terrain having abrupt changes, breaks, etc. For all that, they are ones of the most often methods used in an analysis based on a terrain interpolation.

## 2.4. Nahradenie profilu terénu nelineárnou aproximáciou

Východiskovými údajmi pre výpočet sú zadané súradnice uzlových bodov profilu terénu. Úsek terénu je rozdelený na čiastkové úseky tak, aby v každom bolo „$n-2$“ uzlových bodov, kde „$n$“ je počet uzlových bodov pre výpočet aproximačnej funkcie. Profil terénu medzi uzlovými bodmi je nahradený aproximačnou funkciou tak, aby súčet štvorcov odchýlok od uzlových bodov bol minimálny. Ako aproximujúca funkcia sa používa algebraický polynom „$r$-tého“ stupňa v tvare [2]:

$$P_r(x) = a_0 + a_1 x^1 + \ldots + a_r x^r. \tag{2.6}$$

Koeficienty $a_0$, $a_1$, ... $a_r$ sa vypočítavajú obvyklým spôsobom zo sústavy rovníc. Medze úsekov sú volené mimo prvý a posledný preto, aby bola zabezpečená nadväznosť vypočítaného profilu čiastkových úsekov. Pri nelineárnej aproximácii metódou najmenších štvorcov rozptyl a priemerná odchylka bývajú pomerne malé. Z tohto je zrejmé, že i keď je zachovaný celkový charakter terénu, tento spôsob aproximácie dáva taktiež iba približné hodnoty.

## 3. Pseudostochastický model terénu

Ďalší možný prístup je založený na analyticky definovanej funkcii. Základnou myšlienkou je konštrukcia takej funkcie dvoch premenných $z = f(x, y)$, ktorej graf má vlastnosti podobné vlastnostiam modelovaného terénu. Takáto funkcia môže byť vytvorená ako lineárna kombinácia (superpozícia) „štrukturálnych“ zložiek, ktoré reprezentujú jednotlivé druhy členitosti terénu (terénne vlny, nerovnosti vozovky, drsnosť povrchu s ktorým je vozidlo v kontakte a pod.). Kvantitatívnou mierou váhy jednotlivých zložiek sú hodnoty koeficientov tejto lineárnej kombinácie. Z charakteru modelu je zrejmé, že stačí uvažovať len lineárne kombinácie s kladnými koeficientmi. Modelová funkcia $f(x, y)$ má teda tvar

$$f(x, y) = \sum_{k=1}^{N} a_k f_k(x, y). \tag{3.1}$$

Ak tvar grafu tejto funkcie má zodpovedať modelu reálnej situácie, potom je zrejmé, že jednotlivé štrukturálne zložky musia mať diametrálne odlišné dvojrozmerné spektrá a hodnoty k nim zodpovedajúcich koeficientov lineárnej kombinácie budú taktiež rádovo odlišné. Kvôli prehľadnosti je vhodné postupnosť funkcií $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$, ..., $f_N(x, y)$ voliť od nižších (pomaly sa meniace funkcie – napr. terénne vlny) spektier k vyšším. Je zrejmé, že v takomto prípade budú koeficienty $a_0$, $a_1$, ... $a_n$ tvoriť rýchlo klesajúcu postupnosť.

## 2.4. Replacement a terrain profile using nonlinear approximation

The input data used in analysis are coordinates of the terrain nodal points. The whole range of terrain is divided into partial segments, each of them contains $(n-2)$ nodal points. An approximation function is driven from n points using the root mean square method. It is chosen among the class of r-degree $(r<n)$ polynomials [2]. Such polynomial can be expressed in a form

$$P_r(x) = a_0 + a_1 x^1 + \ldots + a_r x^r \tag{2.6}$$

The coefficients $a_0$, $a_1$, ... $a_r$ are computed in a usual way based on a solution the system of linear algebraic equations. Analogously to the preceding case, in order to assure the join between the neighbor segments, the borders of each segment are chosen out of a first and last nodal point.

## 3. Pseudo-stochastic model of terrain

Further possible approach is based on the analytically defined function. The basic idea is to construct a two-dimensional function $z = f(x, y)$, whose three dimensional graph has properties similar to the terrain to be modeled. Such a function can be created in the form of a linear combination (superposition) of “structural” components, which represent single types of ranginess of terrain (terrain waves, undulation of the pavement, etc.) The quantitative measure of importance of single components is proportional to the values of coefficients of the above mentioned linear combination. Due to the nature of model, it is easy to see that the positive coefficients can be assumed. Hence, the model function $f(x, y)$ is of the form

$$f(x, y) = \sum_{k=1}^{N} a_k f_k(x, y) \tag{3.1}$$

As the shape of the graph of this function should correspond to the model of a real situation it is evident that the two-dimensional spectrums of single structural components have to be diametrically different. Moreover, the corresponding coefficients of a linear combination have to be different in order of magnitude. For the analysis to be more transparent, it is suitable to order the sequence of functions $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$, ..., $f_N(x, y)$ having from lower (the slowly changing functions – e.g. terrain waves) spectrums to the higher ones. Evidently, the sequence $a_0$, $a_1$, ... $a_n$ of coefficients will be rapidly decreasing.

Z matematického hľadiska spomenieme dva spôsoby možnej konštrukcie modelovej funkcie $f(x, y)$.

V prvom prípade sa definujú jednotlivé zložky $f_1(x, y), f_2(x, y), ..., f_N(x, y)$ individuálne. Tento prístup je pomerne náročný, pretože analýza musí vychádzať z podrobnej znalosti globálnej topologickej štruktúry konkrétneho modelovaného terénu.

Druhý prístup je založený na zavedení vhodnej základnej deterministickej funkcie $\varphi(x, y)$ s dostatočne stochastickým chovaním. Jednotlivé zložky $f_k(x, y)$ definujeme v tvare

$$f_k(x, y) = \varphi(\lambda_{kx}, \mu_{ky}), \text{ pričom } 0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_N,$$

$$0 < \mu_1 < \mu_2 < \ldots < \mu_N. \tag{3.2}$$

Vhodným príkladom je funkcia definovaná nasledovne:

From the mathematical point of view let us notion two possible approaches of the model function $f(x, y)$ construction.

In the first case the single components $f_1(x, y), f_2(x, y), ..., f_N(x, y)$ are defined individually. This a little bit demanding approach requires having a detailed information concerning the global topological structure of the specific modeled terrain.

The second approach is based on assuming the appropriate fundamental deterministic function $\varphi(x, y)$ having sufficiently pseudo-stochastic behavior. The single components are $f_k(x, y)$ defined in the form

$$f_k(x, y) = \varphi(\lambda_{kx}, \mu_{ky}), \text{ where } 0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_N,$$

$$0 < \mu_1 < \mu_2 < \ldots < \mu_N. \tag{3.2}$$

The following function is a suitable example:

$$\varphi(x, y) = \cos(2\cos(0.111x)) + \sin(3\cos(0.201y)) + 0.5\alpha_1(x, y)\,\alpha_2(x, y) + 0.1(\alpha_1(x, y) + \alpha_2(x, y)) \tag{3.3}$$

kde:

where

$$\alpha_1(x, y) = 0.4\cos(2\sin x + 3\sin y) + 0.5\cos(0.5\cos(7\sin x + 3) + 0.49\sin(3\sin(5\sin y))) \tag{3.4}$$

$$\alpha_2(x, y) = 1.2\sin(5\sin x - 6\sin y + \cos x \sin y) + 0.8\sin(\cos(5\sin x \cos 3y - \cos(x + y) - 4)) + 0.1\cos(x - y)$$

Pre simuláciu pohybu vozidla má funkcia $f(x, y)$ principiálny význam. Za účelom názornej demonštrácie prezentovanej metódy bol s využitím programovacieho jazyka Borland Pascal 7 spracovaný experimentálny program TERPOH4 pri použití nasledovných rámcových geometrických a technických parametrov:

- Uvažované vozidlo je trojnápravové s dvoma skĺbenými nezávislými plošinami.
- Rovina prednej resp. zadnej plošiny je určená strednou hodnotou okamžitej výšky stredných kolies a jednotlivými výškami predných resp. zadných kolies.
- Vzdialenosť medzi strednou a prednou nápravou je zhodná so vzdialenosťou medzi strednou a zadnou nápravou.
- Šírka a dĺžka vozidla sú voliteľné.
- Vozidlo sa pohybuje v rovine $x, y$ po voliteľnej priamke v rámci voliteľného rovinného výseku s voliteľným ekvidištančným krokom.
- Modelom terénu je trojrozmerný graf $f(x, y)$ funkcie vytvorený pomocou vyššie uvedenej ilustračnej funkcie $\varphi(x, y)$ s parametrom $N = 2$ a voliteľnými koeficientmi $a_1, a_2$.
- Program umožňuje získať orientačnú predstavu o tvare modelovaného terénu znázornením grafu funkcie $f(x, y)$ pomocou farebne odlíšených vrstevníc s voliteľným krokom.
- Naklonenie jednotlivých plošín je farebne odlíšené a jeho dynamiku je možno priebežne sledovať znázornením koncových bodov ich jednotkových normálových vektorov so začiatočným bodom v strede vozidla.

Experimentálne počítačové overenie prezentovanej metódy ukazuje, že na nej založená simulácia pohybu vykazuje dostatočne stochastické chovanie. Zacyklenie výstupu alebo náznaky periodicity sa neobjavili ani pri mnohonásobne opakovanej simulácii pri

Importance of the function $f(x, y)$ in vehicle simulation purposes is the principal one. In order to demonstrate transparently the described method, a special experimental computer program in programming language Borland Pascal 7 developed. The following frame geometric and technical parameters are used:

- A tree-axle vehicle with two independent joint platforms is assumed.
- The front platform plane is determined by the mean value of the height of central axle wheels and by the height of the front axle wheels. The rear platform plane is determined in an analogue way.
- Distances between central and front axles and central and rear axles are the same.
- The width and length of vehicle are optional.
- The vehicle moves in the $x, y$ plane along an optional straight line, inside an optional plane segment. The scanning step is equidistant.
- The model of the terrain is represented by a three-dimensional graph of the function $f(x, y)$ generated by means of the above mentioned illustrative function $\varphi(x, y)$ having parameter and optional coefficients $a_1, a_2$.
- In order to obtain an orientation vision about the shape of the modeled terrain, the graph of the function $f(x, y)$can be imaged. The color-distinguished contour lines with optional steps are used.
- The slope of the single platforms is color-distinguished. It is possible to observe their time dynamics by means of the end points of the normal vectors. The original point of vectors is fixed to the center of vehicle.

An experimental verification of the presented method demonstrates that behavior of the corresponding simulation is sufficiently stochastic. Cycling or periodicity indications did not occur after rôznych počiatočných podmienkach. Treba však poznamenať, že experimenty boli realizované na stredne výkonnej výpočtovej technike. Prípadné vyššie uvedené simulačné artefakty je možné teoreticky anulovať v ľubovoľnej miere s využitím metód ergodickej teórie. V prípade pozitívneho ohlasu odbornej verejnosti, prezentovaný príspevok môže byť podnetom pre ďalší výskum v oblasti modelovania a simulácie.

## 4. Záver

V súčasnosti sa uprednostňujú matematické modely terénu, ktoré sú založené na analyticky definovanej funkcii a ktoré môžu kombinovať sklon, druh a stav terénu resp. vozovky, t. j. nerovnosti mikroprofilu a makroprofilu povrchu terénu súčasne s kvalitou povrchu terénu. Takto spracovaný model dobre vyhovuje simuláciám dynamického namáhania motorového vozidla za jazdy a simuláciám namáhania agregátov hnacieho mechanizmu vozidla. Kvalitný matematický model terénu resp. vozovky spoločne so základnými konštrukčnými vlastnosťami motorového vozidla, výkonovými parametrami a parametrami hospodárnosti vozidla potom slúžia pre vypracovanie prevádzkového spektra zaťaženia hlavných agregátov motorového vozidla. Príspevok dokumentuje postup pri tvorbe pseudostochastického modelu terénu, ktorý umožní operatívne priblížiť výsledky simulácií dynamického namáhania k výsledkom reálneho namáhania v skutočnej prevádzke motorového vozidla. Pre komplexné riešenie vplyvu nerovností vozovky na vibrácie a otrasy dopravných prostriedkov je potrebné doplniť v príspevku popisovaný matematický model profilu terénu o riešenie otázok štatistických vlastností nerovností povrchu vozovky, resp. terénu.

multiple repeated simulations using various initial conditions. However, it is necessary to notice that the experiments were executed using a moderate-powerful computer. In case of necessity it is theoretically possible to depress the above mentioned simulation drawbacks under an arbitrary low level by application of ergodic theory tools. If the presented contribution is positively accepted, it can became a source of inspiration and further development in the field of modeling and simulation

## 4. Conclusion

Nowadays, mathematical models based on analytically defined functions are preferred. They allow describing various combinations of geometric characteristics such as a slope, type and state of terrain, undulation or microstructure of a road surface and many other qualitative and quantitative parameters. The above mentioned classical way of modeling is satisfactory for simulation of dynamical strain of vehicle-construction during its drive operation and for simulation of strain of its motive aggregates. The qualitative mathematical model of terrain or roadway surface in conjunction with a set of main technical characteristics of motorcar enables to predict expectable operational properties and efficiency parameters. Using stochastic approach presented in the paper it is possible to take into account an incomparably wider spectrum of potential terrain attributes and consequently gain a broad spectrum of results. Due to the probabilistic nature of vibrations and snubbing it is the only way how to simulate them. On the other hand, this approach is a challenge for research oriented into the area of statistical properties of terrain and, from the theoretical point of view, the challenge for development of new methods of construction of special mathematical structures having a priori expected probabilistic behavior.

## Literatúra – References

[1] BEKKER, M., G.: *Introduction to Terrain – Vehicle Systems.* The University of Michigan Press, Michigan, 1969.
[2] ELLIS, J., R.: *Vehicle Dynamics*. Business Books Limited. London, 1985.
[3] VLK, F.: *Dynamika motorových vozidel.* Nakladatelství a vydavatelství VLK. 1. vydání, ISBN 80-238-5273-6. Brno, 2000