

Petr Cenek – Jaroslav Janáček – Ludmila Jánošíková *

NÁVRH DOPRAVNÝCH OKRSKOV PRI MODELOVANÍ DOPRAVNÉHO PROCESU V ÚZEMÍ

LOCATION OF TRANSPORTATION DISTRICTS AT MODELING OF TRANSPORTATION PROCESSES IN A REGION

V úlohách dopravného plánovania je často príliš veľký počet miest, v ktorých vznikajú dopravné požiadavky (obcí v regióne). Preto je potrebné celkový počet miest v dopravnej sieti redukovať na vopred určený počet dopravných okrskov. V článku popisujeme algoritmus na automatické vytvorenie dopravných okrskov. Problém vytvorenia dopravných okrskov sa dá formulovať pomocou matematického aparátu ako kapacitne neobmedzená lokačná úloha, ktorú dokážeme riešiť exaktným algoritmom. Navrhli sme niekoľko kritérií, podľa ktorých optimalizačný algoritmus vytvára okrsky. Výsledky výpočtov sme porovnali s návrhom experta pre dopravné plánovanie.

1. Úvod

Pri modelovaní dopravného procesu v území sa riešené územie rozdeľuje na dopravné okrsky. Dopravný okrskok je z urbanistického, hospodárskeho a dopravného hľadiska homogénne územie, ktoré pozostáva z katastrálnych území jedného alebo viacerých sídelných útvarov [1]. Počet dopravných okrskov závisí od požadovanej presnosti modelu, urbanistickej štruktúry územia, štruktúry dopravných sietí v území a možnosti získania demografických údajov pre jednotlivé dopravné okrsky. S počtom okrskov rastie rozsah vzorky obyvateľstva, ktorú musíme zahrnúť do dopravnosociologického prieskumu. Výsledkom prieskumu je okrem iného matica záujmu, ktorá udáva, koľko ľudí cestuje medzi každými dvoma miestami siete, pričom za východisko a cieľ cesty považujeme ťažisko okrsku. Na druhej strane počet okrskov nemôže byť príliš malý, aby nedošlo k príliš veľkým odchýlkam zaťaženia dopravných sietí v modeli oproti reálnej situácii.

Významnou pomôckou pre odborníka, ktorý vytvára dopravné okrsky, môže byť počítačový program, ktorý ponúka automatické vytvorenie zvoleného počtu okrskov. Program využíva skutočnosť, že problém vytvorenia dopravných okrskov sa dá formulovať ako úloha umiestnenia stredísk obsluhy na dopravnej sieti [2].

Transportation planning should frequently work with too many places, where transportation demands arise (dwelling places in a region). That is why it is necessary to reduce the total number of such places in a transportation network on a given number of transportation districts. An algorithm for automatic location of transportation districts is described in the paper. The location of transportation districts can be defined using mathematical model of the uncapacitated location problem, which can be solved using an exact algorithm. Several criteria are proposed according to which an optimal location of transportation districts is calculated. The results of calculations were compared with the hand-made solution of an expert.

1. Introduction

Transportation planning divides a region into transportation districts. Every transportation district should represent a partial area of the region, which is homogenous from an urban, economic and transportation point of view and should comprise cadastral area of usually one or several dwelling places [1]. The number of transportation districts depends on a demanded precision of a model, on an urban structure of the region, transportation network structures and on available sources of demographic data for transportation districts. The more transportation districts will be created, the more detailed demographic data must be available and the more data is to be collected by transportation and sociological surveys. A result of those surveys should provide among others an O-D (origin-destination) matrix. The matrix says how many people travel every day between two places in a network, where every travel is supposed to origin and to end at the center of gravity of a transportation district. On the other hand, the number of districts cannot be too small, so that the workload of a transportation network in a model will not differ from the real traffic.

A computer program, which offers an automatic creation of a given number of transportation districts, can be a significant help for a planner who should design the districts. The program is based on the fact that the problem of transportation districts creation can be defined as a problem of location of service centers in a network [2].

* Prof. Ing. Petr Cenek, Csc., Prof. RNDr. Jaroslav Janáček, CSc., Ing. Ludmila Jánošíková, CSc.
University of Žilina, Faculty of Management Science and Informatics, Department of Transport Networks
E-mail: petr@frdsa.fri.utc.sk, jardo@frdsa.fri.utc.sk, janosik@frdsa.fri.utc.sk

2. Matematický model

Označme symbolom n počet obcí na sieti. Zo štatistických údajov je známy počet obyvateľov b_j každej obce. Z údajov o cestnej sieti vypočítame maticu $\{d_{ij}\}$ vzdialenosti každých dvoch obcí. Treba vytvoriť $p \in (p_{min}, p_{max})$ okrskov (pozostávajúcich z jednej alebo viacerých obcí) a pre každý okrsk S_k , $k = 1, \dots, p$ určiť jednu zastupujúcu obec (ťažisko) i_k tak, aby sa sieť zložená zo zastupujúcich obcí i_k , $k = 1, \dots, p$ s agregovanými počtami obyva-

teľov $a_{i_k} = \sum_{j \in S_k} b_j$ čo najmenej líšila od pôvodnej siete. Predpokla-

dajme, že sa minimalizovanú odlišnosť F siete zastupujúcich obcí a pôvodnej siete podarí vyjadriť ako súčet nejakých ohodnotení F_k jednotlivých okrskov. Nech navyše možno ohodnotenie F_k uvažovaného okrsku S_k vyjadriť ako súčet nejakých nezáporných ohodnotení $c_{i_k j}$ vyjadrujúcich „mieru odlišnosti siete“, ktorú spôsobí zahrnutie obce j do okrsku S_k so zastupujúcou obcou i_k . Tým predpokladáme, že odlišnosť F siete možno vyjadriť vzťahom

$$F = \sum_{k=1}^p F_k = \sum_{k=1}^p \sum_{j \in S_k} c_{i_k j}.$$

Zavedieme bivalentné premenné $y_i \in \{0, 1\}$ vyjadrujúce, či obec i (ne)bude zastupujúcou obcou nejakého okrsku a premenné $x_{ij} \in \{0, 1\}$ vyjadrujúce, či obec j (ne)bude priradená zastupujúcej obci i . Potom môžeme úlohu vytvorenia okrskov vyjadriť pomocou modelu:

$$\text{minimize} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \text{for } j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \text{for } i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \leq p_{max} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \leq p_{min} \quad (5)$$

$$x_{ij}, y_i \in \{0, 1\} \quad \text{for } i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n \quad (6)$$

Túto úlohu prevedieme pomocou Lagrangeovej relaxácie na kapacitne neobmedzenú lokačnú úlohu, ktorú dokážeme riešiť exaktným algoritmom *BBdual* [3, 4] založeným na metóde vetiev a hraníc.

Mieru odlišnosti siete sme vyjadrili pomocou siedmich modelov. Najjednoduchší model vyjadroval „posun“ požiadavky, tzn. minimalizovali sme vzdialenosti zrušených obcí ku zastupujúcim obciam, do ktorých sa presunú požiadavky na prepravu. Prijateľné riešenie dalo kritérium váženej vzdialenosti, kde vzdialenosť bola vynásobená počtom požiadaviek (počtom obyvateľov obce). V tomto prípade je c_{ij} z modelu (1) - (6) definované vzťahom $c_{ij} = b_j d_{ij}$.

2. Mathematical model

Let n stay for a number of dwelling places in a network. The number b_j of inhabitants is known for each place from statistical data. The data on a road network can be used to calculate the matrix $\{d_{ij}\}$, which gives the distances between any two dwelling places. The goal of the district location will be to create $p \in (p_{min}, p_{max})$ districts (consisting of one or several dwelling places) and to choose one representing place (center of gravity) i_k for each district S_k , $k = 1, \dots, p$, so that the network composed of representing places i_k , $k = 1, \dots, p$ with aggregated numbers of inhabitants

$a_{i_k} = \sum_{j \in S_k} b_j$ will differ as little as possible from the original network.

Let us suppose that the difference F between the network of representing places and the original network, which is to be minimized, can be given as a sum of costs F_k for all districts. Let further the cost F_k for a district S_k be defined as a sum of non-negative costs $c_{i_k j}$, which will correspond to an “extent of difference”, which will be caused by including a dwelling place j into a district S_k with a representing place i_k . The difference F among the networks can be then given by

$$F = \sum_{k=1}^p F_k = \sum_{k=1}^p \sum_{j \in S_k} c_{i_k j}$$

Let bivalent variables $y_i \in \{0, 1\}$ define that a place i will or will not be a representing place of a district and variables $x_{ij} \in \{0, 1\}$ define that dwelling place j will or will not be allocated to a representing place i . Then the following model can describe the problem of transportation districts location:

The problem can be reformulated using Lagrangean relaxation on an uncapacitated location problem, which can be solved using exact algorithm *BBdual* [3, 4] based on the branch and bound approach.

The extent of difference of a representing network against the original one was calculated according to seven different models. The simplest model expressed the “displacement” of a transportation demand, in other words, the distance of dwelling places to their representing places was to be minimized. A better acceptable solution was attained using a weighed distance, where the distance was multiplied by amount of a transportation demand in the

Pomerne zložitým kritériom bolo zachovanie prepravnej práce, ktoré požadovalo, aby celkový počet osobokilometrov bol rovnaký pri pôvodnom počte obcí a po agregácii požiadaviek do ťažísk. Pri odvodzovaní tohto kritéria sme vychádzali z nasledujúcej úvahy. Dopravná práca v pôvodnej sieti je určená vzťahom

$$\sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^n d_{jr} p_{jr},$$

kde d_{jr} je vzdialenosť medzi obcami j a r a p_{jr} je odhad veľkosti zaťaženia trasy/siete (počet obyvateľov cestujúcich v uvažovanom období z j do r). Koefficient p_{jr} tu odhadujeme pomocou kvadratickeho gravitačného modelu, kde predpokladáme, že počet obyvateľov b_j sa na svojich cestách do obcí $r = 1, \dots, n$ rozdelí v pomere „príťažlivosti“ obcí j a r . Príťažlivosť obcí vyjadríme vzťahom

$$\frac{b_j b_r}{(d_{jr})^2}$$

a teda

$$p_{jr} = b_j \left(\frac{\frac{b_j b_r}{(d_{jr})^2}}{\sum_{q=1}^n \frac{b_j b_q}{(d_{jq})^2}} \right) = b_j \left(\frac{\frac{b_r}{(d_{jr})^2}}{\sum_{q=1}^n \frac{b_q}{(d_{jq})^2}} \right).$$

Túto dopravnú prácu chceme v sieti zastupujúcich obcí čo najviac zachovať. V zastupujúcej obci i_k , ktorá je ťažiskom okrsku

S_k , uvažujeme agregovaný počet obyvateľov $b_{i_k} = \sum_{j \in S_k} b_j$. Priradením obce j k zastupujúcej obci i_k pri zachovaní všetkých ostatných obcí siete zmeníme prepravnú prácu o hodnotu

$$\left| \sum_{r=1}^n d_{i_k r} p_{jr} - \sum_{r=1}^n d_{jr} p_{jr} \right| = \left| \sum_{r=1}^n (d_{i_k r} - d_{jr}) p_{jr} \right|.$$

Ak do tohto výrazu dosadíme za p_{jr} , dostaneme vzťah pre c_{ij} z modelu (1)-(6):

$$c_{ij} = b_j \left| \sum_{r=1}^n (d_{ir} - d_{jr}) \left(\frac{\frac{b_r}{(d_{jr})^2}}{\sum_{q=1}^n \frac{b_q}{(d_{jq})^2}} \right) \right| = b_j \frac{\left| \sum_{r=1}^n (d_{ir} - d_{jr}) \frac{b_r}{(d_{jr})^2} \right|}{\sum_{r=1}^n \frac{b_r}{(d_{jr})^2}}.$$

Ďalej môžeme spojiť účinky kritéria váženej vzdialenosti, ktoré sa snaží zachovať štruktúru pôvodnej siete a kritéria zachovania dopravnej práce a vytvoriť ich konvexnú kombináciu, kde pre $\alpha \in (0, 1)$ bude

$$c_{ij} = b_j \left[\alpha d_{ij} + (1 - \alpha) \frac{\left| \sum_{r=1}^n (d_{ir} - d_{jr}) \frac{b_r}{(d_{jr})^2} \right|}{\sum_{r=1}^n \frac{b_r}{(d_{jr})^2}} \right].$$

dwelling place (by a number of its inhabitants). The coefficients c_{ij} from the model (1) - (6) are defined by $c_{ij} = b_j d_{ij}$ in this case.

Another more complex criterion is conservation of transportation work, which demands a total amount of transported person-kilometers to be retained possibly the same for the original network model and for a model with representing places in centers of gravity. The derivation of this criterion is based on the following assumption. The overall transportation work in a network is given by

$$\sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^n d_{jr} p_{jr},$$

where d_{jr} is the distance between places j and r and p_{jr} is an estimation of a traffic volume (of number of passengers traveling during a time period from place j to r). Coefficient p_{jr} will be estimated using a quadratic gravity model, where the number of inhabitants b_j is supposed to split on their travels into places $r = 1, \dots, a$ in proportion to an “attraction” of districts j and r . The attraction of districts is given by

$$\frac{b_j b_r}{(d_{jr})^2}$$

and so

$$p_{jr} = b_j \left(\frac{\frac{b_j b_r}{(d_{jr})^2}}{\sum_{q=1}^n \frac{b_j b_q}{(d_{jq})^2}} \right) = b_j \left(\frac{\frac{b_r}{(d_{jr})^2}}{\sum_{q=1}^n \frac{b_q}{(d_{jq})^2}} \right).$$

This transportation work should be retained as accurately as possible in a network of representing places, too. An aggregate number of inhabitants in a representing place i_k , which is a gravity

center of a district S_k , is supposed to be $b_{i_k} = \sum_{j \in S_k} b_j$. Allocation of

a place j to a representing place i_k by retaining all others places in a network in their original positions will change the transportation work by

$$\left| \sum_{r=1}^n d_{i_k r} p_{jr} - \sum_{r=1}^n d_{jr} p_{jr} \right| = \left| \sum_{r=1}^n (d_{i_k r} - d_{jr}) p_{jr} \right|.$$

The value p_{jr} in this expression can be substituted for, and a following expression for c_{ij} from the model (1)-(6) will result:

3. Záver

Model dopravnej obsluhy územnosprávneho celku bol overený na území Žilinského kraja. Žilinský kraj má 313 obcí. Odborník na dopravné plánovanie rozdelil obce do 139 okrskov tak, ako je znázornené na obr. 1. Okrsky vytvorené odborníkom môžeme porovnať s riešením vypočítaným algoritmom podľa kombinovaného kritéria s hodnotou $\alpha = 0.9$ (obr. 2).

3. Conclusions

The transportation model of the region was tested for the region of Žilina. The region of Žilina comprises 313 dwelling places. An expert in transportation planning replaced the places by 139 districts as shown in Fig. 1. The districts created by an expert can be compared with a solution estimated by the algorithm, calculated for a combined criterion with a value of the parameter $\alpha = 0.9$ (see Fig. 2).



Obr. 1. Dopravné okrsky Žilinského kraja navrhnuté expertom

Fig. 1. Transportation districts in the region of Žilina designed by an expert

Porovnanie ručného a automatického riešenia ukazuje prijateľnú zhodu. Výhodou automatického návrhu je rýchlosť riešenia a nezávislosť od expertných znalostí riešiteľa. Algoritmus navyše dovoľuje generovať presne požadovaný počet okrskov, zatiaľ čo expertný návrh môže dosiahnuť vopred zadaný počet okrskov spravidla len veľmi približne a každá zmena by viedla k prácnemu opakovaniu celého postupu výberu. Preto je popísaný algoritmus vhodný na rutinné využívanie pre určovanie dopravných okrskov rôznych regiónov.

Podobný model, aký sme popísali v tomto článku, sa dá použiť aj pri návrhu nových územných celkov pri zmene verejnosprávnej sústavy [5]. Štruktúra verejnosprávnej sústavy ovplyvňuje dĺžku

A comparison of solutions received from an expert and from the algorithm proves an acceptable compliance of both approaches. The advantage of the computer solution lies in the speed of calculations and independence of the algorithm on the expert knowledge. Moreover, the algorithm can generate a precise number of transportation districts, while an expert solution can hardly meet accurately the demanded number of districts and any change in the demanded number will necessitate a tedious repetition of the whole design. That is why the algorithm is convenient for transportation districts determination in various regions.

A model similar to one described in this paper can be used for design of new territorial regions according to changes in public



Obr. 2. Dopravné okrsky Žilinského kraja vypočítané algoritmom
Fig. 2. Transportation districts in the region of Žilina estimated by the algorithm

cesty, ktorú musí obyvateľ prejsť, aby sa dostal k službám, ktoré sú umiestnené v stredu regiónu (územnosprávneho celku). Priemernú dĺžku cesty z miesta bydliska do centra regiónu pripadajúcu na jedného obyvateľa možno ľahko vyhodnotiť a použiť ju ako kritérium na optimálne umiestnenie stredísk regiónov. Ak predpokladáme, že každú obec priradíme najbližšiemu správne stredisku, tak umiestnenie stredísk zároveň definuje aj tvar územnosprávnych celkov.

administration system [5]. The structure of a public administration system affects the length of a trip, which has to be traveled by an inhabitant to access services located in regional centers. The average path length from the place of residence to the regional center accounted for one inhabitant is easy to evaluate. It can be used as a criterion for the optimal location of regional centers. Provided that every village is assigned to the nearest center, the center location defines the form of regions at the same time.

Literatúra - References

- [1] Správa výskumnej úlohy č. C519/2 „Model komunikačnej obsluhy územnosprávneho celku - kraja“. vyd. ŽU Žilina, 2000.
- [2] CENEK, P., JANÁČEK, J.: *Redukce modelu silniční sítě*. In: Zborník celoštátnej konferencie „Doprava v sídelných útvaroch“, Žilina, 20.-21.10.1999, s. 25-30
- [3] JANÁČEK, J., KOVAČIKOVÁ, J.: *Exact Solution Techniques for Large Location Problems*. In: Proceedings of the 15th conference “Mathematical Methods in Economics 1997”, Faculty of Economics, Technical University of Ostrava, 9. - 11. 9. 1997, pp 80-84
- [4] JANÁČEK, J., KOVAČIKOVÁ, J.: *Porovnanie prístupov založených na duálnom vzostupe pre riešenie umiestňovacích úloh*. Komunikácie, vedecké listy Žilinskej univerzity 2/99, s. 4-8
- [5] JANÁČEK, J.: *Dopravno-optimálny rozklad regiónu*. Komunikácie, vedecké listy Žilinskej univerzity 4/2000, s. 35-42.