

Rastislav Lukáč – Viktor Fischer – Pavol Galajda *

MODELOVANIE ŠUMOVÝCH PROCESOV

MODELLING OF THE NOISE PROCESSES

V tomto článku je popísané modelovanie šumových procesov a ich aplikácia na oblasť spracovania obrazov, pričom pôsobenie šumu je prezentované a analyzované vzhľadom na matematické vyjadrenie, pôvod šumu, spôsobené vizuálne zmeny a možnosť redukcie šumu. V snahe čo najviac priblížiť účinok šumu je každý šumový proces doložený názornými obrázkami.

In this paper, the modelling of noise processes and their application to image processing are described. Thus, the noise effect on useful image information is presented and analysed according to mathematical formulas, the reason of its origin, introduced visual changes and the possibility of their reduction. In order to provide an unbiased view on the noise effect, noise models are supported by a number of object-lesson figures.

1. Úvod

Problém potlačania šumu je jednou z troch hlavných úloh spracovania signálov, ktoré sa zaoberajú odstraňovaním interferencie, analýzou a extrakciou charakteristík signálov a transformáciou signálov na formu vhodnejšiu pre ďalšie spracovanie. Dôvod prečo dochádza k interferencii šumu a užitočnej informácie sú rôzne [3], [4], [10], [17], [18], [24], napr. chyby prenosového kanála, starnutie záznamových médií, tepelné degenerácie, či človekom spôsobené rušenie.

Aby bolo možné odstrániť šum alebo interferenciu a navrhnúť filtračnú metódu [3], [6], [18], [25] so skutočne dobrým účinkom a vysokou presnosťou odhadu, je potrebné rešpektovať faktory ako mechanizmus generovania pôvodného signálu, povahu znehodnotenia a najmä mieru vhodnosti riešenia vzhľadom na pôvodný signál (alebo jeho mechanizmus generovania) a povahu znehodnotenia.

Pretože cieľom tohto článku je ukázať ako často sa vyskytujúce typy šumov znehodnocujú vizuálnu informáciu, neželateľné zmeny spôsobené šumom budú porovnávané s pôvodným obrazom Lena a jeho riadkovou funkciou (180-ty riadok), ktoré sú zobrazené na obr. 1.

1. Introduction

The problem of the noise suppression is one of three main tasks [3] related to the signal processing, namely the removal of the interference, the analysis and the extraction of some signal characteristics, and finally, the transformation of signals into more suitable form for additional processing. The reasons why the interference of the noise occurs there and useful information are various [3], [4], [10], [17], [18], [24] such as the failures of the transmission channel, the ageing of recording media, thermal noise or man-made interference, etc.

In order to remove the noise or interference and design the filtering approach [3], [6], [18], [25] with a really good performance and high estimate precision, it is necessary to respect the following factors such as the mechanism generating the original signal, the nature of the corruption and finally, the measure of the accuracy of the solution with respecting the original noise (or its generating mechanism) and the nature of the corruption.

Since the aim of this paper is to show how the often occurring noise-types corrupt the visual information, the undesired changes caused by the noise will be compared with the original image Lena (2-D image signal) and its corresponding row function (180th row), both shown in the Fig. 1.

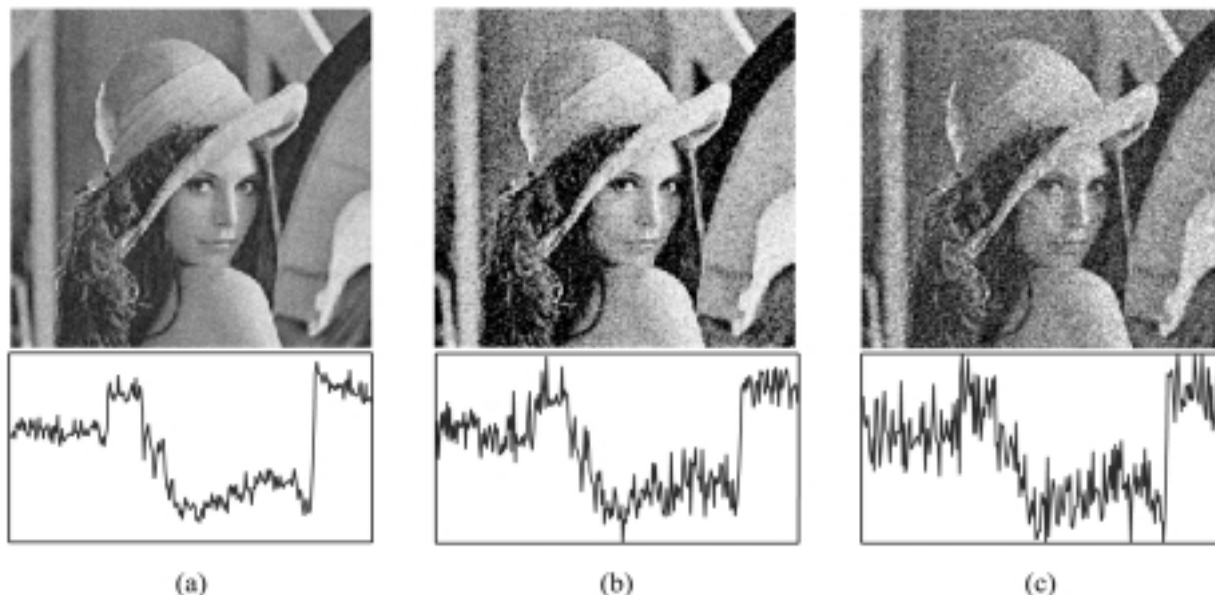


Obr. 1. Pôvodný obraz Lena a jeho riadková funkcia (180-ty riadok)
Fig. 1. Original image Lena and corresponding row function (180th row)

* ¹Rastislav Lukáč, ²Viktor Fischer, ¹Pavol Galajda

¹Technical University of Košice, Faculty of Electronics and Informatics, Department of Electronics and Multimedia Communications, Park Komenického 13, 041 20 Košice, Slovak Republic, Tel.: ++421-55-6022863, Fax.: ++421-55-6323989, E-mail: lukacr@tuke.sk, Pavol.Galajda@tuke.sk

²Traitement du Signal et Instrumentation, 23 rue Paul Michelon, Tel.: ++33 0477481500, Fax: ++33 0477485120, E-mail: fischer@univ-st-etienne.fr



Obr. 2. Aditívny Gaussov šum s nulovou strednou hodnotou (a) $\sigma = 10$ (b) $\sigma = 20$ (c) $\sigma = 30$

Fig. 2. Gaussian noise with zero mean (a) $\sigma = 10$ (b) $\sigma = 20$ (c) $\sigma = 30$

2. Aditívny Gaussov šum

Najjednoduchším, avšak najdôležitejším typom šumu je aditívny Gaussov šum definovaný pomocou [3],[31]

$$\{x_1, x_2, \dots, x_N\} = \{o_1, o_2, \dots, o_N\} + \{v_1, v_2, \dots, v_N\}, \quad (1)$$

kde $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ reprezentuje znehodnotený signál, $\{o_1, o_2, \dots, o_N\}$ je pôvodný signál a $\{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ je šumová zložka. Poznamenávame, že v_i sú nezávislé od o_i . V prípade, že v_i sú navzájom nezávislé a identicky distribuované náhodné premenné, hovoríme o aditívnom bielom Gaussovom šume.

V prípade znehodnotenia obrazov aditívnym Gaussovým šumom, náhodná premenná s Gaussovým rozložením (s nulovou strednou hodnotou μ a určitou smerodajnou odchýlkou σ (obr. 3)) je pridaná ku každej pôvodnej vzorke (obr. 2). Ľahko môžeme určiť, že interval náhodných hodnôt sa rozširuje s rastom smerodajnej odchýlky a zároveň tak narastá aj stupeň znehodnotenia. Matematicky je Gaussov šum definovaný vzťahom

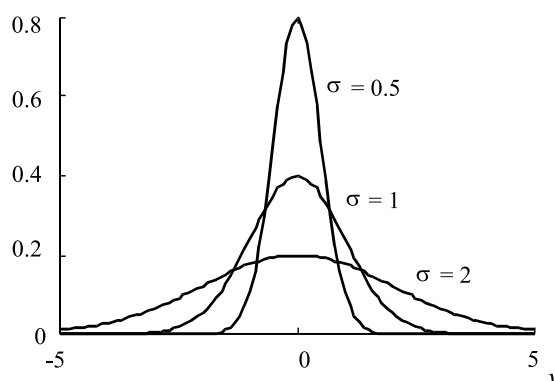
$$f(a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)^2\right). \quad (2)$$

Je zrejmé, že malé náhodné hodnoty sú pridané s veľkou pravdepodobnosťou. Na druhej strane, veľké náhodné hodnoty nie sú veľmi časté. Na generovanie náhodnej hodnoty sa využíva rovnica

2. Additive Gaussian Noise

The simplest, however, the most important noise type is an additive Gaussian noise defined by [3],[31]

$$\{x_1, x_2, \dots, x_N\} = \{o_1, o_2, \dots, o_N\} + \{v_1, v_2, \dots, v_N\}, \quad (1)$$



Obr. 3. Aditívny Gaussov šum
Fig. 3. Additive Gaussian noise

where $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ represent the corrupted signal, $\{o_1, o_2, \dots, o_N\}$ is an original and $\{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ is a noisy component. Note that v_i are independent on o_i . In the case that v_i are mutually independent and identically distributed normal random variables, then it is the case of additive white Gaussian noise.

For the additive Gaussian image corruption, a random value with Gaussian distribution (with zero mean μ and some standard deviation σ (Fig. 3)) is added to each original sample (Fig. 2). It can be seen that the interval of

random values extends with increasing the standard deviation and thus, the degree of the noise corruption is increased, too. Mathematically, the Gaussian noise is defined by

$$f(a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)^2\right). \quad (2)$$

It is clear that the small random values are added with a high probability and, on the other hand, the large values are not too frequent. For a random value generation, there is utilised the following equation

$$a = \sqrt{-2 \ln(r_1)} \cos(\pi(2r_2 - 1)). \quad (3)$$

kde r_1 a r_2 sú náhodné hodnoty s uniformným rozdelením.

Vzájomný vzťah medzi pôvodnou a šumovou zložkou je vyjadrený ich súčtom. Z tohto dôvodu je možné tieto zložky od seba oddeliť. Na efektívne potlačenie aditívneho Gaussovského šumu sú uprednostňované najmä lineárne filtre (napr. Wienerove filtre [29]), ktoré spĺňajú vlastnosť superpozície. Okrem Wienerových filtrov možno použiť aj Kalmanove filtre [19],[30], rozličné filtre založené na LMS algoritme [8],[28], či hybridné FIR-mediánové filtre [22]. Tieto filtre môžeme úspešne použiť na odstraňovanie tepelného šumu (alebo šumu spôsobeného vplyvom tepelných degenerácií materiálu) [3], ktorý je modelovaný ako biely Gaussov šum.

3. Impulzový šum

Na rozdiel od aditívneho Gaussovho šumu a multiplikatívneho šumu (vzniká v snímacích systémoch), kde vzájomný vzťah medzi pôvodnou a šumovou zložkou je vyjadrený pomocou ich súčtu alebo súčinu, existujú zložitejšie typy šumu. Ak šum postihne len časť z celkového počtu vzoriek, zatiaľ čo ostatné vzorky zostanú nepoškodené, ide o poškodenie s charakterom impulzového šumu [3], [4], [10]. Impulzový šum zvyčajne spôsobuje vysokofrekvenčné zmeny alebo lepšie povedané impulzy, na ktoré je ľudský vizuálny systém veľmi citlivý.

V modernej komunikačnej teórii alebo tiež aj pri A/D konverzii [5], [16], [17], impulzový šum je často modelovaný pomocou modelu bitových chýb [3]

$$*k_{i,j}^m = \begin{cases} k_{i,j}^m & 1 - p_v \\ 1 - k_{i,j}^m & p_v \end{cases}, \quad (4)$$

kde i, j charakterizujú pozíciu vzorky, m je bitová úroveň ohraničená intervalom 1 až B (počet bitov na vzorku), p_v je pravdepodobnosť bitových chýb, $\{k\}$ a $\{*k\}$ označujú pôvodné a zašumené hodnoty bitov. Originálna vzorka je vyjadrená ako

$$o_{i,j} = *k_{i,j}^1 2^{B-1} + k_{i,j}^2 2^{B-2} + \dots + k_{i,j}^{B-1} 2 + k_{i,j}^B, \quad (5)$$

zatiaľ čo vzorka zo zašumeného obrazu je definovaná podľa

$$x_{i,j} = *k_{i,j}^1 2^{B-1} + k_{i,j}^2 2^{B-2} + \dots + *k_{i,j}^{B-1} 2 + *k_{i,j}^B. \quad (6)$$

Pri spracovaní obrazov je impulzový šum zvyčajne modelovaný pomocou modelu s podobným efektom ako (4), avšak trochu zjednodušeným. Matematický model impulzového šumu s premenlivou hodnotou (pozri obr.4) môže byť vyjadrený podľa [11]

$$x_{i,j} = \begin{cases} v & \text{with probability } p \\ o_{i,j} & \text{with probability } p - 1 \end{cases}, \quad (7)$$

kde i, j charakterizujú pozíciu vzorky, $o_{i,j}$ je vzorka z pôvodného obrazu, $x_{i,j}$ reprezentuje vzorku zo zašumeného obrazu, p je pravdepodobnosť zašumenia a v je hodnota šumu, ktorou je nahradená pôvodná vzorka.

$$a = \sqrt{-2 \ln(r_1)} \cos(\pi(2r_2 - 1)). \quad (3)$$

where r_1 and r_2 are random values with the uniform distribution.

Since the relationship between the original and the noise component is expressed through an addition, it is possible to separate both signals. For the effective suppression of additive Gaussian noise are preferred especially linear filters (e.g. Wiener filters [29]) that satisfy the superposition property. Besides Wiener filters it is possible to use Kalman filters [19],[30], various LMS-based filters [8],[28] and hybrid median FIR filters [22]. These filters can be used successfully for removing the thermal noise (or the noise caused by thermal generation of materials) [3] that is modelled as a white Gaussian noise.

3. Impulse Noise

Unlike the additive Gaussian noise and the multiplicative noise (origin in some acquisition systems), where the relationship between the original and the noise component is expressed through an addition and a product, respectively, there exist more complex noise types. If the noise corruption affects a number of samples whereas other samples remain unchanged, it is some kind of an impulse noise [3], [4], [10]. Usually, the impulse noise causes the high frequency changes or in other words impulses on which the human visual system is more sensitive.

In modern communication theory or in A/D conversion [5], [16], [17], the impulse corruption is often modelled through a model of bit errors given by [3]

$$*k_{i,j}^m = \begin{cases} k_{i,j}^m & 1 - p_v \\ 1 - k_{i,j}^m & p_v \end{cases}, \quad (4)$$

where i, j characterise the sample position, m is a bit level forced to be between 1 and B (a number of bits per sample), p_v is a bit error probability $\{k\}$ and $\{*k\}$ finally and characterise original and corrupted bit levels. Note that the original sample is expressed as

$$o_{i,j} = *k_{i,j}^1 2^{B-1} + k_{i,j}^2 2^{B-2} + \dots + k_{i,j}^{B-1} 2 + k_{i,j}^B, \quad (5)$$

whereas a sample from noisy image is defined by

$$x_{i,j} = *k_{i,j}^1 2^{B-1} + k_{i,j}^2 2^{B-2} + \dots + *k_{i,j}^{B-1} 2 + *k_{i,j}^B. \quad (6)$$

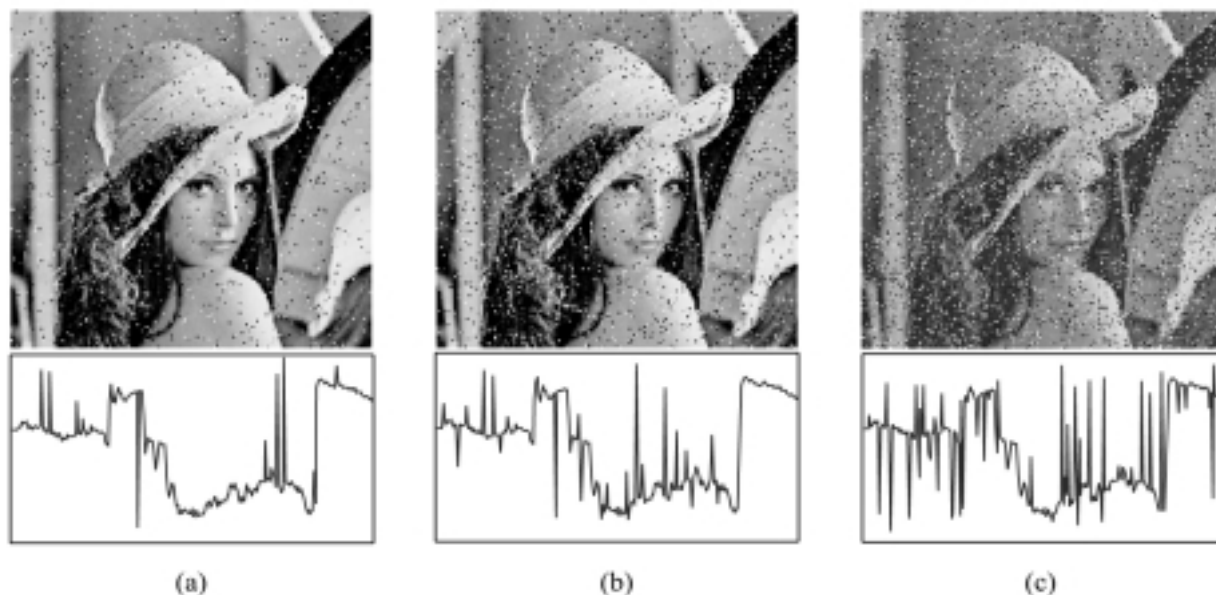
Usually, in image processing applications, the impulse noise is modelled through a model with a similar effect as (4), however, a little simplified. To achieve a noise corruption with variable value (see Fig.4), also called random-valued impulse noise, the mathematical model can be expressed as [11]

$$x_{i,j} = \begin{cases} v & \text{with probability } p \\ o_{i,j} & \text{with probability } p - 1 \end{cases}, \quad (7)$$

where i, j characterise the sample position, $o_{i,j}$ is the sample from the original image, $x_{i,j}$ represents the sample from the noisy image, p is a corruption probability and v is a noise intensity replacing the original value.

Poznamenávame, že náhodná hodnota je vzorka z celého rozsahu možných hodnôt. V prípade reprezentácie obrazu 8 bitmi na vzorku, t. j. 256 kvantizačnými úrovňami, hodnota je z intervalu 0 až 255.

Notice that a random value is a sample from the whole range of possible intensities. In the case of 8bit per sample image representation, i.e. 256 quantization levels, the value is from 0 to 255.



Obr.4 Impulzový šum s premenlivou hodnotou (a) $p = 0,05$ (b) $p = 0,10$ (c) $p = 0,20$

Fig. 4 Random-valued impulse noise (a) $p = 0.05$ (b) $p = 0.10$ (c) $p = 0.20$

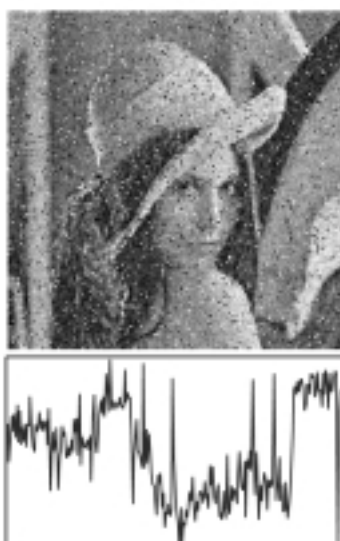
Ďalší typ impulzového šumu, nazývaný aj ako čiernobiely šum, je charakterizovaný dvoma náhodnými hodnotami, konkrétne 0 a 255. Uvedené znehodnotenie je možné matematicky zapísať vzťahom

The second impulse noise type also called as salt and pepper noise, where the impulses can be equal to 0 and 255, only, is determined by [4]

$$x_{i,j} = \begin{cases} 0 & p_0 \\ 255 & p_{255} \\ o_{i,j} & 1 - (p_0 + p_{255}) \end{cases} \quad (8)$$

kde p_0 a p_{255} sú pravdepodobnosti výskytu minimálnej (0) a maximálnej (255) hodnoty. Je zrejme, že impulzy sa prejavujú vo forme bielych a čiernych bodiek.

Okrem bitových chýb, impulzového šumu s premenlivou hodnotou a čiernobieleho impulzového šumu existujú rôzne typy impulzového šumu s konštantnou hodnotou, pri ktorých dochádza k nahradeniu pôvodnej hodnoty stále rovnakou hodnotou šumu. Vo všeobecnosti, na potlačanie impulzového šumu sa používa veľká trieda poriadkovo-štatistických filtrov. Trieda nelineárnych filtrov založených na poriadkových štatistikách, využíva zoradovanie [22] vstupných vzoriek určených oknom filtra. Okrem robustného odhadu mediánom zoradenej množiny, výbornými schopnosťami potlá-



Obr. 5. Zmiešaný šum
($\mu = 0, \sigma = 32, p = 0,1$)

Fig. 5. Mixed noise
($\mu = 0, \sigma = 32, p = 0.1$)

$$x_{i,j} = \begin{cases} 0 & p_0 \\ 255 & p_{255} \\ o_{i,j} & 1 - (p_0 + p_{255}) \end{cases} \quad (8)$$

where p_0 and p_{255} are probabilities of the occurrence for minimum value (0) and maximum value (255). It is clear that the impulses are represented by black and white spots.

Besides bit errors, random valued impulse noise and salt and pepper noise, there exist some additional constant-valued impulse noises, where the original values are replaced by the constant value. A sufficient tool for the suppression of all impulse noise types was proved by a large family of order-statistic filters. A class of nonlinear filters based on the order-statistic theory utilises the ordering [22] of the input samples spanned by a filter window. Besides the robust estimation given by a median value [11], [32] of ordered set, the

čania impulzového šumu sa môžu vyznačovať vážené mediánové filtre [32], vyhladzovacie LUM filtre [11], [13], kompozičné filtre [7], [13], [23] a široká trieda optimálnych poriadkovo-štatistických filtrov kombinovaná s neurónovými sieťami [6],[20], fuzzy logikou [15], [25] alebo optimalizovaná genetickými algoritmami [18], [25].

4. Zmiešaný šum

Existujú situácie, kedy dochádza k poškodeniu užitočnej informácie šumom pochádzajúcim z viacerých zdrojov. Typickým príkladom je tepelný šum sprevádzaný bitovými chybami (obr. 5). Pre takéto prípady môže byť rozloženie šumu modelované pomocou [26]

$$x_{i,j} = \begin{cases} v & \text{with probability } p \\ o_{i,j} + n_{i,j} & \text{with probability } p - 1 \end{cases} \quad (9)$$

kde i, j charakterizujú pozíciu vzorky, $n_{i,j}$ je vzorka s aditívnym Gaussovým šumom, p je pravdepodobnosť výskytu impulzu v a je hodnota impulzu. Podobne ako (9), možno modelovať (obr. 6) zmiešaný šum pomocou aditívneho Gaussovho šumu a čiernobielyho impulzového šumu. Na obr. 6 spojité charakteristiky je asociované s Gaussovým rozložením, zatiaľ čo diskretná charakteristika (impulzy v hodnote 0 a 255) je asociované s čiernobielym impulzovým šumom.

Na efektívne potlačenie zmiešaného šumu modelovaného pomocou (9) sa zvyčajne používajú poriadkovo-štatistické L filtre a Ll filtre [22].

excellent impulse noise attenuation capabilities can be provided by weighted median filters [32], LUM smoothers [11], [13], stack filters [7], [13], [23], etc. and a wide range of optimal order-statistic filters combined with neural networks [6], [20], fuzzy logic [15], [25] or optimised by genetic algorithms [18], [25].

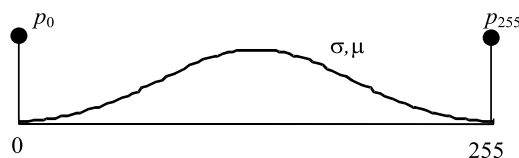
4. Mixed noise

There exist some situations, where useful information is corrupted by the noise coming from different sources. The typical example is thermal noise followed by the bit errors (Fig.5). Then, the noise distribution can be modelled as [26]

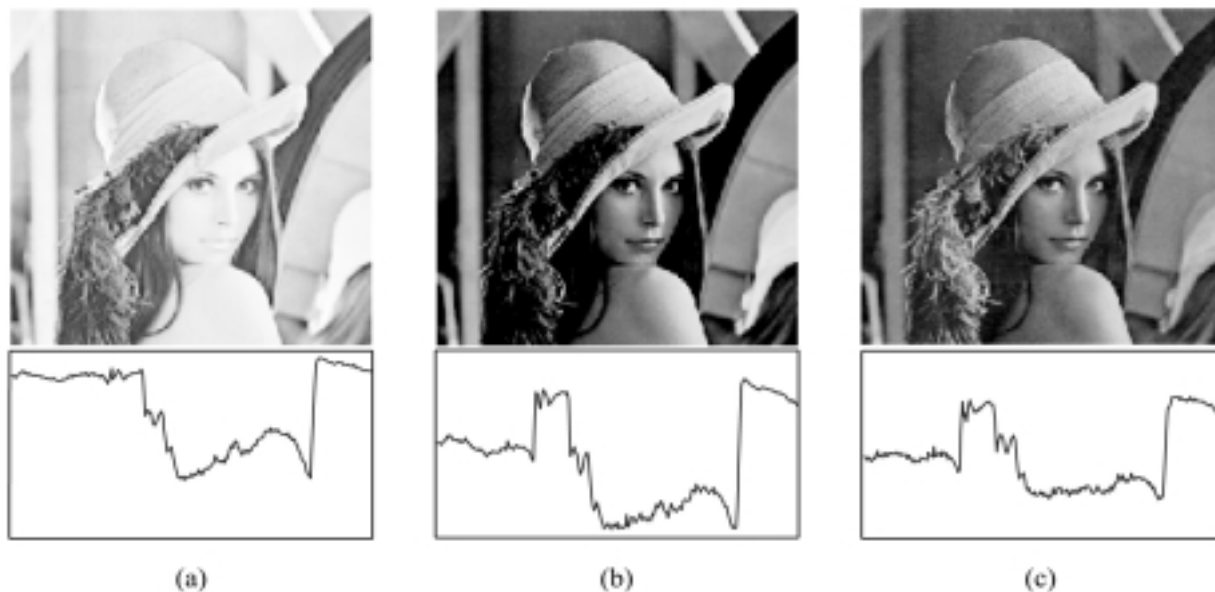
$$x_{i,j} = \begin{cases} v & \text{with probability } p \\ o_{i,j} + n_{i,j} & \text{with probability } p - 1 \end{cases} \quad (9)$$

where i, j characterise the sample position, $n_{i,j}$ is the additive Gaussian noise, p is an impulse probability and v is an impulse intensity. Similarly to (9), it is possible to model (Fig. 6) the mixed noise consisting of the additive Gaussian noise and salt and pepper noise. Notice that the continuous characteristic is associated with Gaussian distribution, whereas the discrete characteristic (spikes in 0 and 255 intensities) is associated with the salt and pepper noise.

In order to suppress the mixed noise modelled as (9) effectively, a class of order-statistic L filters and Ll filters is usually preferred [22].



Obr. 6. Rozloženie zmiešaného šumu
Fig. 6. Mixed noise distribution



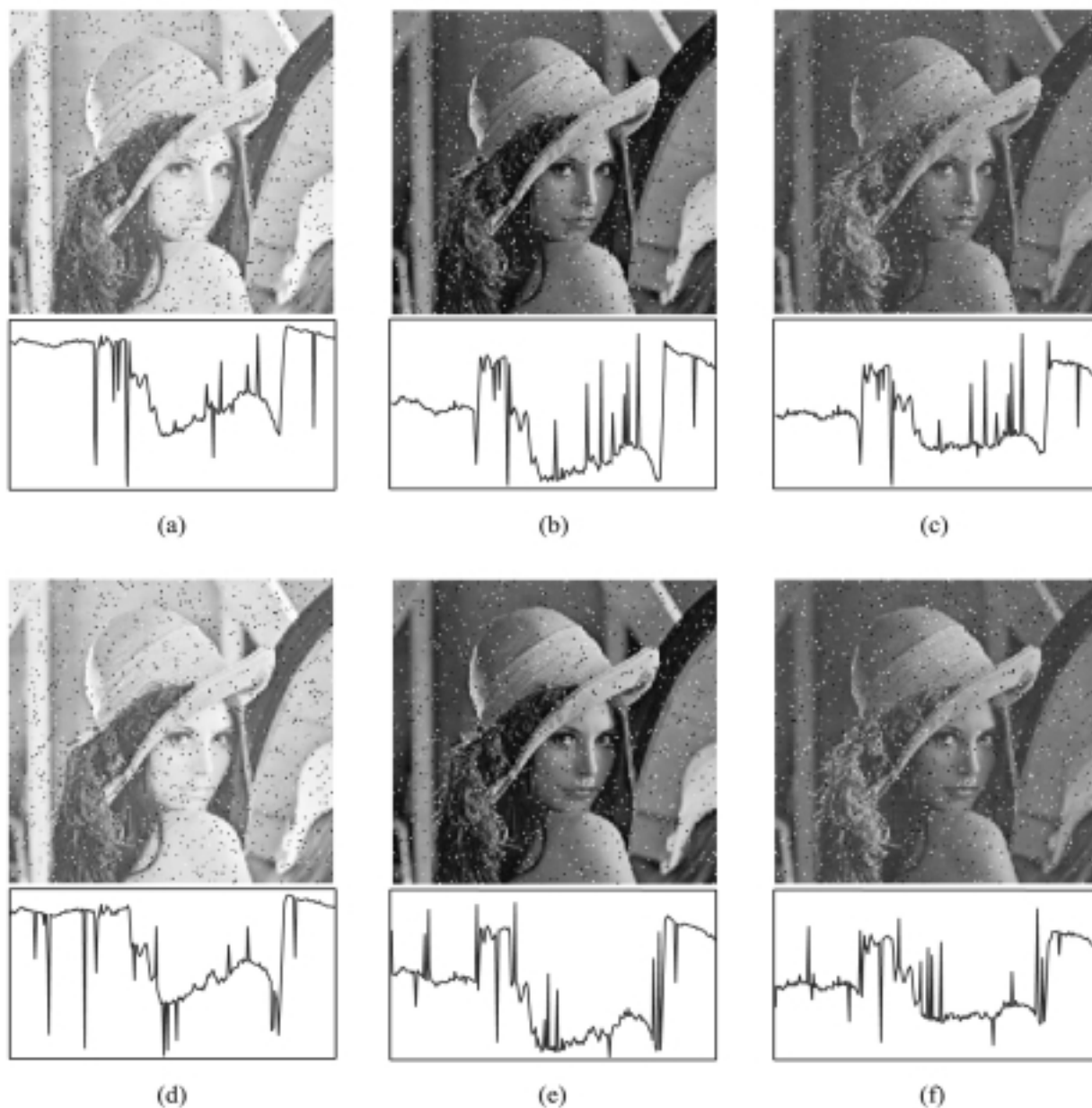
Obr. 7. Pôvodný farebný obraz Lena rozložený na farebné kanály (a) R kanál (b) G kanál (c) B kanál
Fig. 7. Decomposed original color image Lena (a) R channel (b) G channel (c) B channel

5. Impulzový šum pre M-D obrazové signály

Ak šum postihne viacrozmerné (M-D) obrazové signály, napr. farebné obrázky alebo obrazové sekvencie, šumový model by mal zahrnúť aj koreláciu medzi farebnými kanálmi alebo snímkami sekvencie. Vyššie uvedené obmedzenie sa vzťahuje na všetky prezentované šumové modely, avšak, aby sme čo najlepšie zdôraznili rozdiel medzi modelom s rešpektovaním korelácie a modelom bez uvažovania vnútornej korelácie, v ďalšom budeme využívať len model impulzového šumu s premenlivou hodnotou.

5. Impulse Noise for M-D image signals

If the noise affects the multidimensional (M-D) image signals such as color images or image sequences, the noise should be modelled with considering the correlation between the color channels or image frames, respectively. The above-mentioned restriction is related to all proposed noise models, however, in order to provide the best visual comparison between models with and without respecting the inherent correlation, in the rest of this paper the random-valued impulse noise is considered.



Obr. 8. Impulzový šum s premenlivou hodnotou $p = 0,1$ (a-c) Plne korelovaný šum (d-e) Nekorelovaný šum
Fig. 8. Random-valued impulse noise $p = 0.1$ (a-c) Fully-correlated noise (d-e) Non-correlated noise

V tejto chvíli pristúpime k analýze modelu impulzového šumu pre farebné obrázky. Vzhľadom na farebné obrázky, t. j. vektorovo-hodnotové obrazové signály [2], [10], každý obrazový bod (vzorka) môže byť uvažovaný ako vektor troch zložiek. V prípade RGB (červená - zelená - modrá) farebnej sústavy, uvažujeme vektor hodnôt z R, G a B farebných kanálov. Z tohto dôvodu je potrebné uvažovať koreláciu medzi farebnými kanálmi, pretože šum môže postihovať každý farebný kanál inou mierou.

Uvažujme dvojkanálový signál. Nech v je náhodná hodnota impulzu a p je pravdepodobnosť impulzu. Nech je p_1 pravdepodobnosť impulzu asociovaná s prvým kanálom p_2 a pravdepodobnosť impulzu asociovaná s druhým kanálom. Potom, matematický model impulzového šumu [21] môže byť definovaný vzťahom

$$x_{i,j} = \begin{cases} [o_{i,j}^1, o_{i,j}^2] & \text{with probability } 1 - p \\ [u, o_{i,j}^2] & \text{with probability } p_1 \cdot p \\ [o_{i,j}^1, v] & \text{with probability } p_2 \cdot p \\ [u, v] & \text{with probability } p \cdot (1 - p_1 - p_2) \end{cases} \quad (10)$$

kde $o_{i,j}^1, o_{i,j}^2$ sú pôvodné hodnoty prvého a druhého kanála. Avšak výraz (10) je relatívne zložitý pre štandardné farebné obrázky, t. j. pre trojkanálový prípad. Z tohto dôvodu je nasledujúca definícia [10], [14] prirodzenejšia

$$x_{i,j} = \begin{cases} v & \text{with probability } p_v \\ o_{i,j} & \text{with probability } 1 - p_v \end{cases} \quad (11)$$

kde i, j charakterizujú pozíciu vzorky, $o_{i,j}$ je vzorka (vektor) z pôvodného obrázku, $x_{i,j}$ je vzorka zo zašumeného obrázku, p_v je pravdepodobnosť poškodenia a $v = (v_R, v_G, v_B)$ je šumový vektor náhodných hodnôt. Ak zložky vektora sú generované nezávislo od seba, šedé impulzy, t. j. rovnaké hodnoty vo všetkých farebných kanáloch sa môžu vyskytnúť len v špeciálnom prípade (pozri obr. 8).

Uvažujme obrazové sekvencie. Pretože obrazové sekvencie predstavujú časové sekvencie dvojrozmerných (2-D) obrazov, t. j. priestorovo-časové dáta, šumový model by mal rešpektovať vnútornú koreláciu. Z tohto pohľadu je možné znehodnotiť snímky sekvencie nezávisle od predchádzajúcich a budúcich snímkov, alebo môže byť šum v za sebou idúcich snímkach korelovaný vzhľadom na pozíciu impulzu a tiež aj hodnotu impulzu. Vhodný model impulzového šumu získame nepatrnou modifikáciou výrazu (10).

Úspešnosť odstraňovania impulzového šumu v M-D obrazových signáloch závisí od rešpektovania rozmernej signálu a od vnútornej korelácie signálu. Teda, farebné obrázky by mali byť filtrované vektorovými prístupmi [2], [10], [12], zatiaľ čo pre obrazové sekvencie sú výborné výsledky dosahované časovo-priestorovými (3-D) filtrami [1], [9], [11], [27].

6. Zhrnutie

Tento článok bol zameraný na modelovanie šumových procesov, najmä pre obrazové aplikácie. Okrem matematických vyjad-

Now, the impulse noise model for color images is analysed. Concerning the color images, i.e. vector-valued image signals [2], [10], each image point can be considered as a vector of three components. In the case of RGB (red-green-blue) color space, it is a vector of intensities from R, G and B color channels (Fig. 7). Thus, there is necessary to consider the correlation between the color channels, since the noise can affect each color channel with a different measure.

Consider the two-channel signal. Let v be a random impulse intensity and p an impulse probability. Let p_1 be an impulse probability associated with the first channel and p_2 with the second channel. Then, the mathematical model of the impulse noise can be defined as [21]

$$x_{i,j} = \begin{cases} [o_{i,j}^1, o_{i,j}^2] & \text{with probability } 1 - p \\ [u, o_{i,j}^2] & \text{with probability } p_1 \cdot p \\ [o_{i,j}^1, v] & \text{with probability } p_2 \cdot p \\ [u, v] & \text{with probability } p \cdot (1 - p_1 - p_2) \end{cases} \quad (10)$$

where $o_{i,j}^1, o_{i,j}^2$ are original values of the first channel and the second channel, separately. However, the expression (10) is relatively complex for standard color images, i.e. the three-channel case. For that reason, the following definition [10],[14] for vector-valued signals is more natural

$$x_{i,j} = \begin{cases} v & \text{with probability } p_v \\ o_{i,j} & \text{with probability } 1 - p_v \end{cases} \quad (11)$$

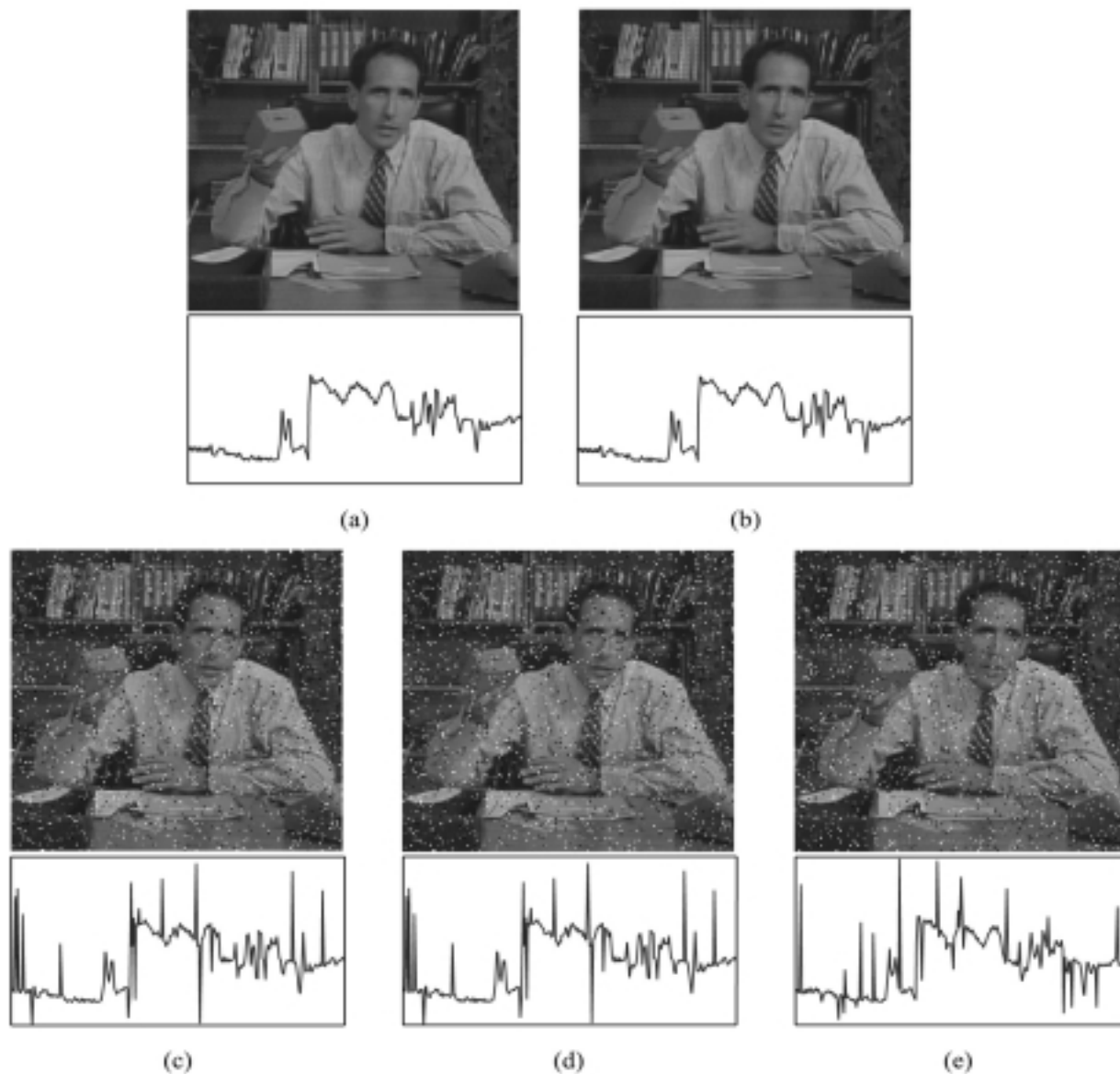
where i, j characterise the sample position, $o_{i,j}$ is the sample from the original image, $x_{i,j}$ represents the sample from the noisy image, p_v is a corruption probability and $v = (v_R, v_G, v_B)$ is a noise vector of intensity random values. If single components of the vector are generated independently, the gray impulses, i.e. the same value in all channels, can occur in the special case, only (see Fig. 8).

Let us consider the image sequences. Since, image sequences represent the time sequences of two-dimensional (2-D) images, i.e. spatiotemporal data, the noise model should respect the inherent correlation. Thus, it is possible to model the noise in two ways such as to corrupt each frame independently without knowing the previous and future frames or the noise in the followed frames can be correlated in the sample position and the noise intensities, too. In order to express the impulse noise, it is sufficient to slightly modify definition (10).

Usually, in M-D image signals the successful noise attenuation depends on respecting the signal dimensionality and the inherent correlation of the signal. It means that color images should be filtered by vector approaches [2], [10], [12], whereas the excellent denoising approaches for image sequences are related to spatiotemporal (3-D) filters [1], [9], [11], [27].

6. Conclusion

This paper has focused on the noise modelling, especially for the image applications. Besides mathematical expressions, a number



Obr. 9. Sekvencia (a) 5-ta snímka pôvodnej sekvencie (b) 6-ta snímka pôvodnej sekvencie (c) 5-ta snímka zašumenej sekvencie (d) 6-ta snímka zašumenej sekvencie plne korelovaná vzhľadom na 5-tú snímku čo do pozície a hodnoty šumu (e) 6-ta snímka zašumenej sekvencie zašumenej nezávisle od 5-tej snímky

Fig. 9. Sequence (a) 5th frame of original sequence (b) 6th frame of original sequence (c) 5th frame of noisy sequence with full correlation in the sample position (d) 6th frame of noisy sequence with full correlation in the sample position (e) 6th frame of noisy sequence corrupted independently

rení boli v článku prezentované aj názorné príklady, ďalej boli určené príčiny vzniku šumu a diskutované metódy pre potlačanie rôznych typov šumu. Vzhľadom na znalosti o charaktere šumových procesov je možné navrhnúť skutočne dobrú filtračnú metódu.

of typical figures, the determination of the noise origin and tools for the suppression of various noise types have been presented, too. According to knowing the character of the noise process, it is more possible to design a really good filtering approach.

Literatúra - References

- [1] ARCE, G. R.: *Multistage Order Statistic Filters for Image Sequence Processing*. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 39, No. 5, May 1991, pp. 1146-1163.
- [2] ASTOLA, J., HAAVISTO, P., NEUVO, Y.: *Vector Median Filters*. Proceedings of the IEEE, Vol. 78, No. 4, April 1990, pp. 678-689.

- [3] ASTOLA, J., KUOSMANEN, P.: *Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering*, CRC Press LLC, 1997.
- [4] BERNSTEIN, R.: *Adaptive Nonlinear Filters for Simultaneous Removal of Different Kinds of Noise in Images*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. Cas-34, No. 11, November 1987, pp. 1275-1291.
- [5] DAPONTE, P., HOLCER, R., HORNIÁK, L., MICHAELI, L.: *Using the Interpolations Method for Noise Shaping AD Converters*, Proceedings of the 6-th Euro Workshop on ADC Modelling and Testing EWADC '2001 in Lisbon, Portugal, September 13-14, 2001, pp. 134-137
- [6] DRUTAROVSKÝ, M.: *Neurónové vážené poriadkové štatistické filtre na báze dekompozičnej architektúry*. Kandidátska dizertačná práca, Košice, Jún 1995.
- [7] FITCH, J. P., COYLE, E. J., GALLAGHER, N. C.: *Median Filtering by Threshold Decomposition*. IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-32, No. 6, December 1984, pp. 1183-1189.
- [8] HADHOUD, M. M., THOMAS, D. W.: *The Two-Dimensional Adaptive LMS (TDLMS) Algorithm*. IEEE Transactions on Circuits Systems, Vol. 35, May 1988, pp. 485-494.
- [9] KLEIHORST, R. P., LAGENDIJK, R.L., BIEMOND, J.: *Noise Reduction of Image Sequences Using Motion Compensation and Signal Decomposition*, IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 4, No. 3, 1995, pp. 274-284
- [10] LUKÁČ, R.: *Vector LUM Smoothers as Impulse Detector for Color Images*. Proceedings of European Conference on Circuit Theory and Design ECCTD '01 "Circuit Paradigm in the 21st Century" in Espoo, Finland, August 28-31, 2001, Vol. III, pp. 137 - 140.
- [11] LUKÁČ, R. - MARCHEVSKÝ, S.: *LUM Smoother with Smooth Control for Noisy Image Sequences*. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, Vol. 2001 (7), No. 2, 2001, pp. 110-120.
- [12] LUKÁČ, R. - MARCHEVSKÝ, S.: *Adaptive Vector LUM Smoother*. Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Image Processing ICIP 2001 in Thessaloniki, Greece, October 7-10, 2001, Vol. 1, pp. 878-881.
- [13] LUKÁČ, R. - MARCHEVSKÝ, S.: *Boolean Expression of LUM Smoothers*. IEEE Signal Processing Letters, Vol. 8, No. 11, November 2001, pp. 292-294.
- [14] LUKÁČ, R.: *Adaptive Impulse Noise Filtering by Using Center-Weighted Directional Information*. Proceedings of the 1st European Conference on Color in Graphics, Image and Vision CGIV '2002 in Poitiers, France, April 2-5, 2002, pp. 86-89.
- [15] MENDEL, J. M.: *Fuzzy Logic Systems for Engineering: A Tutorial*. Proceedings of the IEEE, Vol. 83, No. 3, March 1995, pp. 345-378.
- [16] MICHAELI, L.: *Microcontrollers for Intelligent Signal Conditioning*, Proceedings of IMEKO TC-13 Conference "Measurement in the Medicine" in Stara Lesna, Slovakia, September 7-8, 1995, pp. 73-77.
- [17] MICHAELI, L.: *Modelovanie analógovo číslicových rozhraní*. Mercury-Smékal, Košice, 2001.
- [18] MOUCHA, V., MARCHEVSKÝ, S., LUKÁČ, R., STUPÁK, Cs.: *Číslicová filtrácia obrazových signálov*. Edičné stredisko Vojenskej leteckej akadémie gen. M. R. Štefánika v Košiciach, Košice 2000.
- [19] OCHODNICKÝ, J., TKÁČ, J.: *Neural Kalman Filter in Radar Target Tracking*. In: Proceedings of 6th International Workshop IWSSIP 99, Bratislava, June 2-4, 1999, pp. 131-134
- [20] OCHODNICKÝ, J., TKÁČ, J., ŠPIRKO, Š.: *Radar Target Tracking by Neural Kalman Filter*. In: IWSSIP 2001 Proceedings, 8th International Workshop on Systems, Signals and Image Processing, June 7-9, 2001, Bucharest, Romania, pp. 113-116
- [21] PITAS, I., TSAKALIDES, P.: *Multivariate Ordering in Color Image Filtering*. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video-technology, Vol. 1, No. 3, September 1991, pp. 247-259.
- [22] PITAS, I. - VENETSANOPOULOS, A.N.: *Order Statistics in Digital Image Processing*. Proceedings of the IEEE, Vol. 80, No. 12, December 1992, pp. 1892-1919.
- [23] PRASAD, M. K., LEE, Y. H.: *Stack Filters and Selection Probabilities*, IEEE Trans. on Signal Processing, 1994, 42(10), 1994, 2628-2643.
- [24] SHINDE, M. - GUPTA, S.: *A Model of hf Impulsive Atmospheric Noise*. IEEE Trans. Electromag. Compat., Vol. EMC-16, May 1974, pp. 71-75.
- [25] STUPÁK, C.: *Optimalizácia kompozičných filtrov a fuzzy filtrov na báze genetických algoritmov*. Doktorandská dizertačná práca. Košice 2000.
- [26] TANG, K., ASTOLA, J., NEUVO, Y.: *Nonlinear Multivariate Image Filtering Techniques*. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 4, No. 6, June 1995, pp. 788-799.
- [27] VIERO, T., OISTAMO, K., NEUVO, Y.: *Three-Dimensional Median Related Filters for Color Image Sequence Filtering*. IEEE Trans. on CAS for Video Technology, Vol. 4, No. 2, 1994, pp. 129-142
- [28] WIDROW, B. - JOHNSON, C. R.: *Stationary and Nonstationary Learning Characteristic of the LMS Adaptive Filter*. Proc. IEEE, Vol. 64, August 1976, pp. 1151.
- [29] WIENER, N.: *Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series*. MIT Press Cambridge, Mass, 1949.
- [30] WOODS, J. W., RADEWAN, C. H.: *Kalman Filtering in Two Dimensions*, IEEE Trans. on Information Theory, Vol. IT-23, July 1977, pp. 473-482.
- [31] WOODS, J. W., DRAVIDA, S., MEDIÁVILLA, R.: *Image Estimation Using Doubly Stochastic Gaussian Random Field Models*. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-9, No. 2, March 1987, pp. 245-253.
- [32] YU, P. T., LIAO, W. H.: *Weighed Order Statistics Filters - their classification, some properties, and conversion algorithm*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 42, No. 10, 1994, pp. 2678-2691.