

Rastislav Lukáč – Stanislav Marchevský *

PREHLAD VEKTOROVÝCH FILTROV PRE FAREBNÉ OBRAZY ZNEHODNOTENÉ IMPULZOVÝM ŠUMOM

A REVIEW OF VECTOR FILTERING SCHEMES FOR COLOR IMAGES CORRUPTED BY IMPULSE NOISE

S rozvojom nových komunikačných technológií, napr. systémov pre videotelefóny, videokonferenčných systémov, HDTV, internetu a digitálnej televízie, vyvstala aj požiadavka číslicového spracovania farebných obrazov. Vzhľadom na skutočnosť, že farebné obrazy predstavujú vektorovo-hodnotové signály, dôraz pri spracovaní sa kladie na použitie vektorových techník. V prípade odstraňovania šumu v obrazoch sa tento problém dotýka vektorových filtrov. Z týchto dôvodov je témou tohto článku prehľad najčastejšie používaných vektorových filtrov pre potláčanie impulzového šumu vo farebných obrazoch.

1. Úvod

Farebný obraz je vektorovo-hodnotový signál, ktorý je možné opísať tromi základnými farebnými zložkami, napr. červená, zelená a modrá (red, green, blue – RGB) alebo inou trojicou zložiek (YUV, YIQ, atď.). Skladaním týchto zložiek [11, 14] je možné vyrobiť ľubovoľný farebný odtieň, pričom v mnohých prípadoch poskytovaná farebná informácia o objektoch na scéne zjemňuje a spríjemňuje účinnosť obrazových systémov. V prípade poškodenia tejto informácie impulzovým šumom je potrebné tento šum odstrániť, t. j. filtrovať nielen z dôvodu zlepšenia vizuálnej kvality obrazov, ale filtrácia uľahčuje ich ďalšie spracovanie, napr. pri kompresii alebo segmentácii.

Charakteristickou črtou vektorovo-hodnotových signálov je, že jednotlivé vzorky nie sú korelované len vo vnútri snímky, ako v prípade monochromatických obrazov, ale pri spracovaní sa už uvažuje a využíva aj korelácia medzi farebnými kanálmi [1, 8, 11, 17, 23]. Vzhľadom na túto skutočnosť je možné rozdeliť filtračné techniky na skalárne (zložkové) a vektorové. Zvyčajne sa v spracovaní viacrozmerých signálov používajú zložkové (t. j. každý kanál osobitne) filtračné techniky bez uvažovania závislosti medzi zložkami, avšak takéto spracovanie je považované za suboptimálne [7, 22]. Zložkové techniky sú preferované hlavne z dôvodu ľahšej hardvérovej realizácie, ale zdokonalením technológie integrovaných obvodov sa tieto obmedzenia pre vektorové filtre stávajú irelevantné. Aplikovaním vektorových filtrov [9–11, 17, 21] na vektorovo-hodnotové signály je signál spracovávaný vo svojej prirodzenej podobe, t. j. ako postupnosť vektorov, čím sa vo výslednom signáli

The development of modern communication technologies such as video phones, video conferencing systems, HDTV, Internet and digital television requires color image digital processing. Concerning the fact that color images represents vector-valued signals, the use of vector techniques is demanded. In the case of noise removing the problem is related with vector filters. On that reason, this paper is focused on reviewing the most frequently used vector filters for impulse noise suppression in color images.

1. Introduction

A color image is a vector-valued signal represented by tristimulus values, e.g. it is red (R), green (G) and blue (B) for RGB color space or another tristimulus values (YUV, YIQ, etc.). Thus, an arbitrary color tone can be specified by tristimulus values composition [11, 14]. In many situations provided color information at objects in the scene accesses and makes a fair performance of image systems. If color information is corrupted by the impulse noise, on the ground of visual quality improvement it is needful to remove (filter) the noise. In addition, filtering makes easier additional image processing such as compression or segmentation.

A characteristic feature of vector-valued signals is not only a correlation within an image as in the case of gray-scale images; however, the correlation between color channels is considered, as well [1, 8, 11, 17, 23]. Accordingly, filtering techniques can be divided into two classes: scalar or componentwise and vector techniques. Usually, in vector-valued signal processing the componentwise filter techniques applied separately on each color channel without knowledge of color components dependency are preferred for simpler hardware realization. However, the componentwise processing is suboptimal [7, 22]. At present, when integrated circuits technology is improved, above-mentioned constraints for hardware realization of vector filters are irrelevant. If vector-valued signals are processed by vector filters [9–11, 17, 21] according to a signal character, where filter input set is a vector sequence, thus, in a resulting signal the presence of artifacts i.e. color distortion [15] is reduced. In general, in noise removing applications the sen-

* Rastislav Lukáč, Stanislav Marchevský

Technical University of Košice, Faculty of Electronics and Informatics, Department of Electronics and Multimedia Communications, Park Komenského 13, 041 20 Košice, Slovak Republic, Tel.: ++42-95-6022030, Fax.: ++42-95-6323989, E-mail: lukacr@tuke.sk, marches@tuke.sk

redukujú artefakty v podobe farebného skreslenia [15]. Hoci vo všeobecnosti prevláda názor, že zložkové prístupy sú z hľadiska potlačenia šumu podstatne účinnejšie ako vektorové techniky, nie je to tak [4, 6, 10].

Cieľom tohto prehľadu je ozrejmiť a sprístupniť spôsoby a vlastnosti najčastejšie používaných vektorových filtrov, ako aj prezentovať poznatky a skúsenosti nadobudnuté pri filtrácii impulzového šumu vo farebných obrazoch.

2. Triediace algoritmy

Na filtráciu impulzového šumu [1, 4-7, 16, 23] v monochromatických obrazoch sa najčastejšie používajú poriadkovo-štatistické filtre, konkrétne rôzne typy mediánových filtrov [3, 4, 11]. Spoločnou črtou týchto filtračných algoritmov je zoradovanie vstupnej množiny, ktorá je určená operačným oknom filtra. Výstup filtra je potom spravidla jeden z prvkov zoradeného vektora v závislosti od operácie, ktorú filter vykonáva.

Na rozdiel od triedenia jednozložkových vzoriek, zoradovanie, resp. triedenie viaczložkových vzoriek nemá prirodzený základ, pretože priame rozšírenie triediacich algoritmov pre jednozložkové vzorky na viaczložkové vzorky nie je možné. Z tohto dôvodu sa pre triedenie viaczložkových vzoriek používajú najčastejšie tieto spôsoby [4,11,12,18]:

- **Zložkové triedenie**
Pri zložkovom triedení je triedenie vykonávané osobitne v každej zložke, resp. pri farebných obrazoch osobitne v každom kanáli. Filtre so zložkovým triedením sa nazývajú zložkové filtre. Ich najväčšou nevýhodou je produkcia farebných artefaktov, pretože výstupný vektorovo-hodnotový obrazový prvok je vytvorený zložením výstupov filtra z jednotlivých farebných kanálov. Práve touto operáciou vznikajú v členitých oblastiach obrazu neprirodzené farebné odtiene, na ktoré je ľudský vizuálny systém veľmi citlivý.
- **Podmienené triedenie**
Pri podmienenom triedení sa zoradujú len prvky jednej zložky (pri farebných obrazoch je častým prípadom zoradovanie zelenej zložky, keďže tá nesie najväčšiu informáciu). Ostatné zložky sa zoradujú jednoduchým výpisom podľa pozície (poradia) príslušnej referenčnej zložky. Hoci takýto spôsob filtrácie nespôsobuje artefakty, pretože na výstupe filtra bude jeden zo vstupných vektorov, filtrácia s podmieneným triedením sa vo všeobecnosti nepovažuje z dôvodu slabšej účinnosti za najvhodnejšie riešenie.
- **Čiastočné triedenie**
Z matematického hľadiska je čiastočné triedenie [18] pravdepodobne najatraktívnejším spôsobom zoradovania viachodnotových vzoriek. Avšak z dôvodu vysokej výpočtovej náročnosti je jeho použitie veľmi zriedkavé.
- **Redukované triedenie**
Najčastejším a s úspechom používaným typom triedenia je redukované triedenie, ktoré je založené na zoradovaní vzoriek podľa

tence about the favorable use of componentwise filters in comparison with vector filters dominates; however, this is not the case [4, 6, 10].

For that reason, the aim of this paper is to present and describe the most frequently used vector filters. In addition, concerning the performance of vector filters we propose experiences and information achieved in denoising of color images by proposed algorithms.

2. Sorting algorithms

In the case of impulse noise suppression in gray-scale images, the order-statistic filters, concretely various median-type filters [3, 4, 11] are widely used in a smoothing application related with the suppression of impulses [1, 4-7, 16, 23]. A common feature of these filter algorithms is an ordering of an input filter set determined by a filter window. The filter output is generally a sample from an ordered set according to the performed filter operation.

Unlike univariate ordering, multivariate ordering has no natural character, since direct extension of univariate ordering algorithms is impossible in the case of multivariate samples. For that reason, to order multivariate samples, the following four approaches are used [4, 11, 12, 18]:

- **Marginal ordering**
In marginal ordering, ordering is performed along each component of multivariate samples. Filters based on the marginal ordering are called componentwise filters. The main drawback of componentwise filters is the making of artifacts, since the output is composed from particular processed color channels. Thus, in multiple image regions componentwise filters produce no natural color tones on that the human visual system is very sensitive.
- **Conditional ordering**
Conditional ordering orders only one of the components (frequently used is ordering of green channel samples, since R component is a carrier of more significant information). Others color components are ordered according to a sample rank of the reference color channel. By this approach the filter output is still passed on to one of input vectors. Although conditional ordering does not generate artifacts for worse performance, the filtering with conditional ordering is not found as useful solution.
- **Partial ordering**
Mathematically, a partial ordering scheme [18] is a very attractive method for multivariate ordering; however, according to extreme computational complexity, the practical use of partial ordering is infrequent.
- **Reduced ordering**
The frequently and successfully used ordering scheme is reduced ordering that is based on sample ordering according to their distances to a preselected central location. Consider input set

ich vzdialenosti ku vopred zadanej hodnote. Pri uvažovaní vstupnej množiny W obsahujúcej vektory x_1, x_2, \dots, x_N sú tieto vektory zoradované na základe ich vzdialeností d_i pre $i = 1, 2, \dots, N$ k určitému referenčnému vektoru x_r . Zvyčajne je táto všeobecná vzdialenosť vyjadrená ako

$$d_i = (x^t - x_r)\Gamma^{-1}(x_i - x_r) \quad (1)$$

kde pozitívne definitná matica Γ môže byť identická matica, matica disperzií, alebo diagonálna matica minimálne kvadrátov rozdielov medzi vzorkami.

3. Vektorové filtre mediánového typu

Najznámejším a najviac rozšíreným vektorovým filtrom je vektorový mediánový filter (VMF). V tejto časti opíšeme aj rozšírenia VMF, konkrétne rozšírené VMF, vážené VMF a rozšírené vážené VMF. Filtračná trieda vektorových mediánových filtrov a ich rozšírení je založená práve na redukovanom triedení, pričom referenčný vektor v tomto prípade predstavuje výstup filtra.

- Vektorový medián

Za referenčný filter v oblasti nelineárnych vektorových filtrov sa považuje vektorový mediánový filter (VMF), ktorý bol prvýkrát uvedený v [1]. Výstup VMF filtra je definovaný ako [1, 2, 7, 8, 21]

$$\sum_{i=1}^N \|y_{VMF} - x_i\|_L \leq \sum_{i=1}^N \|x_j - x_i\|_L \text{ pre } j = 1, \dots, N \quad (2)$$

kde y_{VMF} je výstup VMF, x_i pre $i = 1, 2, \dots, N$ sú vstupné vektory, N je veľkosť pracovného okna a L reprezentuje normu, najčastejšie absolútnu alebo euklidovskú vzdialenosť. Upredenstnením euklidovskej vzdialenosti bude filter lepšie potláčať šum, zatiaľ čo pri absolútnej vzdialenosti sa VMF bude vyznačovať lepším zachovaním detailov. V prípade, že šum je vzhľadom na jednotlivé farebné zložky nezávislý, potom VMF nemôže vo všeobecnosti dosiahnuť taký útlm šumu ako v prípade zložkového mediánového filtra.

- Rozšírený vektorový medián

V niektorých aplikáciách sa môžu útlmové vlastnosti vektorového mediánového filtra prejavovať nedostatočne. Z tohto dôvodu bola nájdená modifikácia alebo rozšírenie štandardného VMF, ktoré kombinuje VMF a priemernovací filter (AF). Výstupom rozšíreného vektorového mediánového filtra (EVMF) [1, 4, 11] je vektor korešpondujúci buď výstupu VMF, alebo výstupu AF.

Výstup EVMF pre vstupnú množinu vektorov x_1, x_2, \dots, x_N je daný vzťahom [1, 8, 11]

$$y_{EVMF} = \begin{cases} y_{AF} & \text{ak } \sum_{i=1}^N \|y_{AF} - x_i\|_L \leq \sum_{i=1}^N \|y_{VMF} - x_i\|_L \\ y_{VMF} & \text{inak} \end{cases} \quad (3)$$

kde y_{AF} je výstup priemernovacieho filtra a y_{VMF} je výstup štandardného vektorového mediánového filtra (2). Výstup priemernovacieho filtra je vyjadrený rovnicou

W including the set of vectors x_1, x_2, \dots, x_N , then these vector samples are ordered with respect to their distance d_i for $i = 1, 2, \dots, N$ to a reference (central) location x_r . Usually, a general distance can be expressed as

$$d_i = (x^t - x_r)\Gamma^{-1}(x_i - x_r) \quad (1)$$

where positive definite matrix Γ may be the identity matrix, sample dispersion matrix or diagonal matrix of minimal quadrates of sample differences.

3. Median-type vector filters

A widely known and used vector filter is the vector median filter (VMF). In this section we describe the extension of VMF, as well as, concretely extended VMF, weighted VMF and extended weighted VMF. A filter class of vector median filters and their extensions is based on the reduced ordering, where a reference vector represents a filter output simultaneously.

- Vector median filter

Vector median filter (VMF) introduced in [1] is considered as a reference filter in the area of nonlinear vector filters. The output of VMF is defined as [1, 2, 7, 8, 21]

$$\sum_{i=1}^N \|y_{VMF} - x_i\|_L \leq \sum_{i=1}^N \|x_j - x_i\|_L \text{ for } j = 1, \dots, N \quad (2)$$

where y_{VMF} represents the output of VMF, x_i for $i = 1, 2, \dots, N$ are input vector, N is an operation (filter) window size and L represents used norm, often absolute or Euclidean distance. If the Euclidean distance is preferred a filter well suppresses the noise. On the other hand, VMF, with absolute distance, performs better signal-details preservation. If the noise and color components of useful signal are independent, then vector median filter can not generally achieve noise attenuation such as componentwise median filter.

- Extended vector median filter

In some applications the noise attenuation properties of VMF can be shown as insufficient. For that reason the modification or the extension of standard VMF was developed. This extension combines the properties of VMF with average filter (AF). Thus, the output of extended vector median filter (EVMF) [1, 4, 11] is a vector corresponding with VMF or AF outputs.

For input set x_1, x_2, \dots, x_N is the output of EVMF given by [1, 8, 11]

$$y_{EVMF} = \begin{cases} y_{AF} & \text{if } \sum_{i=1}^N \|y_{AF} - x_i\|_L \leq \sum_{i=1}^N \|y_{VMF} - x_i\|_L \\ y_{VMF} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

where y_{AF} is average filter output and y_{VMF} is output of VMF defined by (2). Average filter is defined by

$$y_{AF} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (4)$$

Je zrejme, že následkom uplatnenia spriemerňovacieho filtra byť vytváranie farebných artefaktov. Napriek skutočnosti, že výstup EVMF nemusí byť vždy jeden zo vstupných vektorov, hlavne na hranách sa EVMF vyznačuje lepšou účinnosťou než VMF. Navyše, pri súčasnom poškodení obrazu impulzovým aj Gaussovým šumom, t. j. mixovaným šumom, sa pre impulzy bude uplatňovať výstup VMF, zatiaľ čo v prípade Gaussovho šumu lepší odhad poskytne spriemerňujúci filter.

- **Vážený vektorový medián**

Podobne ako v prípade štandardných mediánových filtrov [3, 4, 11], jeden z najprirodzenejších postupov pri zlepšení účinnosti VMF vedie k zavedeniu váh, t. j. k určeniu dôležitosti tej-ktorej vzorky. V prípade, že existujú nezáporné celočíselné váhy w_1, w_2, \dots, w_N , ktoré korešpondujú so vstupnými vektormi x_1, x_2, \dots, x_N , vektor y_{WVMF} je výstupom *váženého vektorového mediánového filtra* (WVMF), ak pre $j = 1, 2, \dots, N$ platí [6, 10, 11, 21]

$$\sum_{i=1}^N w_i \|y_{WVMF} - x_i\|_L \leq \sum_{i=1}^N w_i \|x_j - x_i\|_L \quad (5)$$

kde L je podobne ako v predchádzajúcich prípadoch absolútna alebo euklidovská vzdialenosť. V závislosti od normy L sa WVMF sa vyznačuje lepšimi útlmovými vlastnosťami, alebo tento filter bude lepšie chrániť detaily. Významnou vlastnosťou WVMF, podobne ako pri VMF, je skutočnosť, že výstup WVMF môže byť jedine vektor zo vstupnej množiny x_1, x_2, \dots, x_N . Z (5) je zrejme, že WVMF pre $w_i = 1, i = 1, 2, \dots, N$ sú totožné s VMF.

- **Rozšírený vážený vektorový medián**

Zavedením váženého spriemerňujúceho filtra [21]

$$y_{WAF} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i} \sum_{i=1}^N w_i x_i \quad (6)$$

kde x_1, x_2, \dots, x_N je vstupná množina a w_1, w_2, \dots, w_N sú nezáporné celočíselné váhy, výstup rozšíreného váženého vektorového filtra (EWVMF) môže byť vyjadrený ako [8, 21]

$$y_{EWVMF} = \begin{cases} y_{WAF} & \text{if } \sum_{i=1}^N w_i \|y_{WAF} - x_i\|_L < \sum_{i=1}^N w_i \|y_{WVMF} - x_i\|_L \\ y_{VMF} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

kde y_{WVMF} je výstup WVMF definovaný v (5). V prípade, že $w_i = 1$ (pre $i = 1, 2, \dots, N$) definícia EWVMF (7) je ekvivalentná definíciou EVMF (3) a definícia AF (4) je totožná s definíciou WAF (6).

4. Vektorové smerové filtre

Okrem vektorových mediánových filtrov, pri ktorých sa využíva vzdialenosť medzi vstupnými vektormi, existujú ešte vektorové smerové filtre založené na vzájomnej absolútnej uhlovej vzdialenosti vstupných vektorov x_1, x_2, \dots, x_N [4, 5, 11, 13]

$$y_{AF} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (4)$$

It is evident that the use of average filter can result in making color artifacts, since AF produces a new vector sample. Even though, especially near the edges EVMF is characterized by better performance of filtering operation than of VMF. In addition, if an image is corrupted simultaneously by impulsive noise and Gaussian noise i.e. it results in mixed noise, in the case of impulses the output of VMF will be active, whereas average filtering operation performs better than the estimate in the presence of Gaussian noise.

- **Weighted vector median filter**

Similar to the case of standard median filters [3, 4, 11], one of the most natural filter improvements leads to the introduction of weights, i.e. to determination of sample importance. If exist nonnegative integer weights w_1, w_2, \dots, w_N that correspond with input vectors x_1, x_2, \dots, x_N , then y_{WVMF} is the output of a weighted vector median filter (WVMF), then following expression is valid [6, 10, 11, 21]

$$\sum_{i=1}^N w_i \|y_{WVMF} - x_i\|_L \leq \sum_{i=1}^N w_i \|x_j - x_i\|_L \quad (5)$$

where L is similar to previous definitions absolute or Euclidean distance. In the dependence on distance L , WVMF is characterized by better noise attenuation properties or filter will be better preserve signal-details. Important property of WVMF, similar to VMF, is the fact that output of WVMF is forced to only be a sample from input set x_1, x_2, \dots, x_N . From (5) it is evident that WVMF are identical if with VMF for $w_i = 1, i = 1, 2, \dots, N$.

- **Extended weighted vector median**

If weighted average filter [21] is introduced

$$y_{WAF} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i} \sum_{i=1}^N w_i x_i \quad (6)$$

where x_1, x_2, \dots, x_N is input set and w_1, w_2, \dots, w_N are nonnegative integer weights, the output of extended weighted vector median (EWVMF) can be expressed as [8,21]

where y_{WVMF} is the output of WVMF defined by (5). In the case of $w_i = 1$ (for $i = 1, 2, \dots, N$) the definition of EWVMF (7) is equivalent with the definition of EVMF (3) and definition AF (4) is identical with definition of WAF (6).

4. Vector directional filters

Besides vector median filters that are based on the distances between input vector samples, to suppress the noise vector directional filters with the sample outputting according to corresponding angle distance of input set x_1, x_2, \dots, x_N [4, 5, 11, 13] are used:

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^N A(x_i, x_j) \text{ pre } i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

kde $A(x_i, x_j)$ určuje uhol medzi m -rozmernými vektormi $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ a $x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm})$ definovaný vzťahom

$$A(x_i, x_j) = \cos^{-1} \left(\frac{x_i \cdot x_j^T}{|x_i| \cdot |x_j|} \right) \quad (9a)$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{x_{i1}x_{j1} + x_{i2}x_{j2} + \dots + x_{im}x_{jm}}{\sqrt{x_{i1}^2 + x_{i2}^2 + \dots + x_{im}^2} \sqrt{x_{j1}^2 + x_{j2}^2 + \dots + x_{jm}^2}} \right) \quad (9b)$$

Vo všeobecnom prípade platí

$$0 \leq A(x_i, x_j) \leq \pi \quad (10)$$

zatiaľ čo pre farebné obrazy je platný nasledujúci výraz [11, 19]

$$0 \leq A(x_i, x_j) \leq \pi/2 \quad (11)$$

Vektorové smerové filtre (VDF) [4, 5, 11, 13, 19] sú založené na smerovej informácii, t. j. na informácii o smere a veľkosti obrazových vektorov. Tieto filtre produkujú optimálne odhady obrazových vektorov v zmysle smerovej informácie. VDF sú veľmi dôležité v prípade filtrácie farebných obrazov, pretože smery vektorov naznačujú chromatickosť danej farby a pracujú optimálne v zmysle zachovania smeru obrazového vektora.

Zoradením prvkov $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ podľa

$$\alpha_{(1)} \leq \alpha_{(2)} \leq \dots \leq \alpha_{(r)} \leq \dots \leq \alpha_{(N)} \quad (12)$$

dôjde aj ku korešpondujúcemu preusporiadaniu vektorov x_1, x_2, \dots, x_N , čo je vyjadrené zápisom

$$x^{(1)} \leq x^{(2)} \leq \dots \leq x^{(r)} \leq \dots \leq x^{(N)} \quad (13)$$

V závislosti od výberu výstupnej vzorky je možné rozlíšiť:

- základný vektorový smerový filter

V prípade, že výstup smerového filtra bude vzorka $x^{(1)}$ definovaná (13), potom tento filter sa nazýva základný vektorový smerový filter, označovaný ako BVDF, čo je možné vyjadriť pomocou [4, 5, 11, 20]

$$y_{BVDF} = x^{(1)} \quad (14)$$

Dôležitou vlastnosťou BVDF je, že výstupom BVDF je jeden vektor zo vstupnej množiny, ktorý minimalizuje súčet uhlov vo vnútri vstupnej množiny. Použitie BVDF limituje stupeň znehodnotenia a do značnej miery závisí od miery korelácie farebných zložiek zašumených obrazových prvkov [4, 11]. Avšak pri obrazoch s malým stupňom poškodenia impulzovým šumom, a prípadne aj Gaussovým šumom [13], BVDF poskytuje vo všeobecnosti lepšie odhady v porovnaní s vektorovými mediánovými filtermi.

Ako je však uvedené v [5, 13], existujú aj iné vzťahy pre uhlovú vzdialenosť než (8) a (9), napr. priemerná uhlová vzdialenosť,

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^N A(x_i, x_j) \text{ for } i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

where $A(x_i, x_j)$ denotes the angle between two m -dimensional vectors $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ and $x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm})$, where

$$A(x_i, x_j) = \cos^{-1} \left(\frac{x_i \cdot x_j^T}{|x_i| \cdot |x_j|} \right) \quad (9a)$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{x_{i1}x_{j1} + x_{i2}x_{j2} + \dots + x_{im}x_{jm}}{\sqrt{x_{i1}^2 + x_{i2}^2 + \dots + x_{im}^2} \sqrt{x_{j1}^2 + x_{j2}^2 + \dots + x_{jm}^2}} \right) \quad (9b)$$

In general case

$$0 \leq A(x_i, x_j) \leq \pi \quad (10)$$

is valid, whereas in the case of color image [11, 19]

$$0 \leq A(x_i, x_j) \leq \pi/2 \quad (11)$$

Vector directional filters (VDF) [4, 5, 11, 13, 19] are based on directional information, i.e. they utilize direction and magnitude of image vectors. Importance of VDF resides in the processing concept, where vector directions indicate color chromaticity and thus, VDF perform optimal filtering operation in the sense of sample direction preservation.

Ordering angle distances $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ according to

$$\alpha_{(1)} \leq \alpha_{(2)} \leq \dots \leq \alpha_{(r)} \leq \dots \leq \alpha_{(N)} \quad (12)$$

implies the same ordering to the corresponding input samples, that can be expressed as

$$x^{(1)} \leq x^{(2)} \leq \dots \leq x^{(r)} \leq \dots \leq x^{(N)} \quad (13)$$

In the dependence on output choice we differentiate:

- Basic vector directional filter

If the output of vector directional filter is equal to $x^{(1)}$ (13), then filter is called as basic vector directional filter (BVDF). The corresponding filtering operation can be defined by [4, 5, 11, 20]

$$y_{BVDF} = x^{(1)} \quad (14)$$

An important property of BVDF is the filter output sampled from the input set that minimizes the sum of angles with other vectors. The use of BVDF is limited by the degree of noise corruption, and it is dependent on the correlation degree of color components of corrupted image points [4, 11]. However, in the case of images softly degraded by impulse noise or Gaussian noise [13], BVDF generally provide better estimates in comparison with vector median filters.

Besides absolute angle distance (8) and (9) additional angle distances [5, 13] are used in accordance with directional filters,

kvadratická vzdialenosť, či priemerná kvadratická vzdialenosť. S ohľadom na tieto vzdialenosti je účinnosť BVDF prezentovaná v [5].

- všeobecný vektorový smerový filter

V prípade, že výstup filtra bude vyjadrený ako množina prvých r výrazov z rovnice (13) a za predpokladu (12), potom je tento filter označovaný ako všeobecný vektorový smerový filter (GVDF). Matematicky je možné výstup GVDF zapísať ako [11, 13, 19]

$$y_{BVDF} = \{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(r)}\} \quad (15)$$

Výstupom GVDF je množina r vektorov, ktoré sa vyznačujú malou hodnotou súčtu uhlových vzdialeností α_i . Takto sa môže výstupná množina GVDF použiť v druhej úrovni ako vstupná množina pre ďalší filter, kde bude uvažovaná len veľkosť vektorov $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(r)}$, pretože tieto vektory sa vyznačujú približne rovnakým smerom vo vektorovom priestore. Jednoducho povedané, produktom GVDF je množina vektorov s približne rovnakým smerom vo farebnom priestore, čím sú eliminované vektory s atypickými smermi. Z tohto vyplýva, že GVDF rozdeľuje spracovanie farebných vektorov na smerové spracovanie a spracovanie podľa veľkosti, kde sa využíva kaskádne zapojenie s filtrom využívajúcim veľkosť vektorov. Najčastejšie sa v druhej úrovni používa [11, 20] α -upravený spriemerňujúci filter, viacúrovňový mediánový filter alebo niektoré morfologické filtre.

- sférický mediánový filter

Do triedy vektorových smerových filtrov patria aj sférické mediánové filtre (SMF) [20], ktorých výstupom je náhodný vektor $x_S = \{x_{S1}, x_{S2}, \dots, x_{Sm}\}$, ktorý minimalizuje

$$\alpha = \sum_{j=1}^N A(x_S, x_j) \quad (17)$$

kde x_j (pre $j = 1, 2, \dots, N$) je množina vstupných vektorov. SMF však vnášajú do odhadu chybu, pretože výstup sférických mediánových filtrov nie je vektor zo vstupnej množiny, čím dochádza prinajmenšom k uhlovému skresleniu výsledného vektora.

5. Záver

Charakter farebných obrazov, ktoré predstavujú príklad vektorovo-hodnotových obrazových signálov, podporuje použitie vektorových metód pri ich spracovaní. Týmto sa spracovanie vektorovo-hodnotových signálov stáva optimálnym, bez produkovania farebných artefaktov, na ktoré je ľudský vizuálny systém najviac citlivý. Z tohto dôvodu by sa mali pri odstraňovaní šumu z farebných obrazov uprednostňovať vektorové filtre, ktorým bol venovaný tento krátky prehľad.

Ďalší rozvoj v oblasti vektorovej filtrácie podporuje aj ich prípadné využitie v moderných komunikačných technológiách, ako aj v oblasti priemyslu, astronautiky, atď., kde sa veľký dôraz kladie na zachovanie užitočnej farebnej informácie s vylúčením rušivých vplyvov.

such as mean (average) absolute distance, square distance and mean square distance. Considering the mentioned angle distances, the performance of BVDF is presented in [5].

- General vector directional filter

In the case, that a filter output can be expressed as the set of first r terms of (13) with the simultaneous valid (12), the filter is so called general vector directional filter (GVDF). Mathematically, GVDF output is defined by [11, 13, 19]

$$y_{BVDF} = \{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(r)}\} \quad (15)$$

GVDF output, the set of vectors whose angle α_i (for $i = 1, 2, \dots, N$) from all other vectors, is small. Thus, the output set of GVDF can be used in the second level as an input for additional filter, where samples $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(r)}$ will be processed according to their magnitude since these vectors have approximately equal direction in a vector space. Simply and clearly, GVDF produce a set of vectors with similar directions in color space, and thus, samples with atypical directions are eliminated. It follows that GVDF differentiate the processing of color vector on directional processing and magnitude processing. In the case of the second level, i.e. magnitude processing, the cascade connection of GVDF and magnitude processing filter is utilized. Frequently, α -trimmed average filter, multistage median filter MF and some morphological filters are used [11,20].

- Spherical median filter

A class of vector directional filters includes spherical medians (SMF) [20] that an output random vector $x_S = \{x_{S1}, x_{S2}, \dots, x_{Sm}\}$ minimized

$$\alpha = \sum_{j=1}^N A(x_S, x_j) \quad (17)$$

where x_j (for $j = 1, 2, \dots, N$) is an input set. However, SMF brings into estimate some error, since the output of SMF is not a sample from an input set. to the angle distortion of output vector

5. Conclusion

The character of color images (i.e. vector-valued image signals) requires vector processing. Only this approach is optimal since vector methods do not produce color artifacts, on that the human visual system is sensitive. To perform the denoising process some vector filters would be preferred. For that reason, in this paper we propose a short review of vector filters.

Further development in the vector filters area is motivated by the additional use in modern communication technologies, and next in the industry field, astronautics etc., where preserving useful color information is very important and spurious influences are needed to be eliminated.

6. Poďakovanie

Práca prezentovaná v tomto príspevku bola podporovaná grantom Ministerstva školstva SR a Slovenskou akadémiou vied VEGA pod číslom 1/5241/98.

6. Acknowledgements

The work presented in this paper was supported by the Grant Agency of the Ministry of Education and Academy of Science of the Slovak Republic VEGA under Grant No. 1/5241/98.

Literatúra - References

- [1] ASTOLA, J., HAAVISTO, P., NEUVO, Y.: *Vector Median Filters*. Proceedings of the IEEE, Vol. 78, No. 4, April 1990, pp. 678-689.
- [2] BARNI, M., CAPPELLINI, V., MECOCCI, A.: *Fast Vector Median Filter Based on Euclidean Norm Approximation*. IEEE Signal Processing Letters, Vol. 1, No. 6, June 1994, pp. 92-94.
- [3] GABBOUJ, M., COYE, E. J., and GALLAGHER N. C.: *An Overview of Median and Stack Filtering*. Circuit Systems Signal Process, Vol. 11, No. 1, 1992, pp. 7-45.
- [4] LUKÁČ, R.: *Nové štruktúry vyhladzovacích LUM filtrov a detektorov impulzov pre zašumené obrázky*. Dizertačná práca, Košice, Február 2001.
- [5] LUKÁČ, R.: *Performance of Basic Vector Directional Filters According to Used Angle Distance*. Radioengineering, submitted.
- [6] LUKÁČ, R.: *Vector LUM Smoothers as Impulse Detector for Color Images*. Proceedings of European Conference on Circuit Theory and Design ECCTD '01 "Circuit Paradigm in the 21st Century" in Espoo, Finland, August 28-31, 2001, submitted.
- [7] LUKÁČ, R., MARCHEVSKÝ, S.: *Color Image Processing by LUM Smoothers*. Acta Avionica, Scientific Journal, Vol. 2, No. 2, 2000, pp. 55-60.
- [8] LUKÁČ, R., MARCHEVSKÝ, S.: *Impulse Detection in Noised Color Images*. Journal of Electrical Engineering, submitted.
- [9] LUKÁČ, R., MARCHEVSKÝ, S.: *Vector Techniques for Color Sequences Corrupted by the Impulse Noise*. Radioengineering, submitted.
- [10] LUKÁČ, R., MARCHEVSKÝ, S.: *Adaptive Vector LUM Smoother*. Proceedings of the IEEE Signal Processing Society ICIP 2001 in Thessaloniki, Greece, October 7-10, 2001, submitted.
- [11] MOUCHA, V., MARCHEVSKÝ, S., LUKÁČ, R., STUPÁK, Cs.: *Číslicová filtrácia obrazových signálov*. Edičné stredisko Vojenskej leteckej akadémie gen. M. R. Štefánika v Košiciach, Košice 2000.
- [12] PITAS, I., TSAKALIDES, P.: *Multivariate Ordering in Color Image Filtering*. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, Vol. 1, No. 3, September 1991, pp. 247-259.
- [13] PLATANOITIS, K. N., ANDROUTSOS, D., VENETSANOPOULOS, A. N.: *Color Image Processing Using Adaptive Vector Directional Filters*. IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Vol. 45, No. 10, October 1998, pp. 1414-1419.
- [14] RUŽICKÝ, E., FERKO, A.: *Počítačová grafika a spracovanie obrázku*. Vydavateľstvo Sapia, 1995.
- [15] SHARMA, G.: *Digital Color Imaging*. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 6, No. 7, July 1997, pp. 901-932.
- [16] STUPÁK, Cs., LUKÁČ, R., MARCHEVSKÝ, S.: *Processor for Impulsive Noise Suppression in Telecommunication Channels*. Communications (Scientific Letters of the University of Žilina), No. 2, June 2000, pp. 64-70.
- [17] STUPÁK, Cs., LUKÁČ, R., MARCHEVSKÝ, S.: *Vector Stack Filters Optimized by Genetic Algorithm*. Proceedings IWSSIP 2000, 7th International Workshop on Systems, Signals and Image Processing in Maribor - Slovenia, June 7-9, 2000, pp. 97-100.
- [18] TANG, K., ASTOLA, J., NEUVO, Y.: *Nonlinear Multivariate Image Filtering Techniques*. IEEE Transaction on Image Processing, Vol. 4, No. 6, June 1995, pp. 788-799.
- [19] TRAHANIAS, P. E., VENETSANOPOULOS, A. N.: *Vector Directional Filters - A New Class of Multichannel Image Processing Filters*. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 2, No. 4, October 1993, pp. 528-534.
- [20] TRAHANIAS, P. E., KARAKOS, D., VENETSANOPOULOS, A. N.: *Directional Processing of Color Images: Theory and Experimental Results*. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 5, No. 6, June 1996, pp. 868-881.
- [21] VIERO, T., OISTAMO, K., NEUVO, Y.: *Three-Dimensional Median Related Filters for Color Image Sequence Filtering*. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, Vol. 4, No. 2, April 1994, pp. 129-142.
- [22] VRHEL, M. J., TRUSSELL, H. J.: *Optimal Color Filters in the Presence of Noise*. IEEE Transaction on Image Processing, Vol. 4, No. 6, June 1995, pp. 814-824.
- [23] ZHENG, J., VALAVANIS, K. P., GAOUCH, J. M.: *Noise Removal from Color Images*. Journal of Intelligent and Robotic Systems, Vol. 7, 1993, pp. 257-285.