

Luboš Buzna *

NÁVRH ŠTRUKTÚRY DISTRIBUČNÉHO SYSTÉMU S POUŽITÍM ÚDAJOV O SKUTOČNOM OSÍDLENÍ ZÁSOBOVANEJ OBLASTI

THE DISTRIBUTION SYSTEM DESIGN PROBLEM APPLYING REAL SETTLEMENT DATA

Obtížny spôsob získavania skutočných hodnôt vstupných parametrov je problematickým miestom návrhu štruktúry distribučného systému. Pre návrh štruktúry distribučného systému je v tomto článku použitá metóda spojitaj aproximácie. Hlavný prínos článku je v použití skutočných dát o osídlení okolia okresných miest, ktoré pokladáme za miesta vhodné na umiestnenie terminálu. Použitím týchto údajov získame podrobnejší model distribučného systému pre metódu spojitaj aproximácie. Umiestnenie jednotlivých terminálov určíme pomocou metódy využívajúcej schémy.

1. Úvod

Úloha návrhu štruktúry distribučného systému je viacúrovňový rozhodovací problém. Úroveň rozhodnutia závisí od predpokladanej doby platnosti daného rozhodnutia. Počet a umiestnenie terminálov definujú strategické rozhodnutia. Rozhodnutia o pridelení zákazníkov a vozidiel ku terminálom sú určené na taktickej úrovni. Na operatívnej úrovni sa rozhoduje o časových a priestorových rozvrhoch vozidiel.

Terminál je miesto v distribučnom systéme, ktoré umožňuje manipuláciu a skladovanie distribuovaného tovaru. Tovar je nakladaný a vykladaný na vozidlá a presúvaný v rámci prekladiska. Predpokladáme, že každá jednotka tovaru na svojej ceste z primárneho zdroja k spotrebiteľovi prejde práve cez jeden terminál. Článok nadväzuje na vyjadrenie nákladov vznikajúcich v distribučnom systéme podľa Daganzo [1]. Hlavná snaha spočíva v čo najväčšom zrealizovaní priemernej vzdialenosti spotrebiteľa od terminálu, ktorá vystupuje vo vyjadrení dopravných nákladov. Toto spresnenie dosiahneme, keď použijeme skutočné údaje o osídlení Slovenskej republiky.

Vypočítame priemernú redukovanú hustotu rozmiestnenia obyvateľstva v závislosti od vzdialenosti zákazníka od možného umiestnenia terminálu (v našom prípade sú možnými umiestneniami terminálov všetky okresné mestá). Minimalizovaním takto spresnenej účelovej funkcie získame veľkosť plochy I , ktorú je optimálne obsluhovať z terminálu za uvedených predpokladov. Počet terminálov určíme podelením celkovej plochy plochou I a zaokrúhlením tejto hodnoty. Konkrétne umiestnenia terminálov získame pomocou prístupu využívajúceho schémy, ktorý je bližšie popísaný v Buzna [4].

The complicated way of obtaining true values of entry parameters is a weaker part of distribution system design problem. This paper uses a continuous approximation approach to identify an optimal number of terminals. It is focused on applying real settlement data obtained from close surroundings of towns that are suitable for placing terminals. This more detailed information about settlement is used to obtain a more precise model for continuous approximation. The schemes location procedure is here used for a location of terminals.

1. Introduction

In the distribution system design problem decisions are made at several levels. The level of the decision depends on time durability for which a decision is made. The number and terminal location are defined at a strategic level. Decisions about customers and vehicle allocations are assigned on a tactical level. Vehicle routes are designed at an operation level.

The terminal is a place in distribution system, where it is possible to tranship and store items. Items are loaded and unloaded at vehicles here and they are moved intraterminally. We assume that items pass exactly through one terminal during their transit from a primary source to a customer. This topic is based on a cost expression according Daganzo [1], the main goal is to obtain a more precise formulation of average distance from the terminal to a customer, which is used in the total cost expression. We can obtain this more detailed expression, when we use real data about the Slovak Republic.

We compute an average reduced spatial customer density, which depends on a customer distance from feasible terminal location (in our case that are all district towns). We will minimize this more detailed cost function and we will search a size of the influenced area, which is optimal, when all suppositions are satisfied. We obtain the exact number of terminals by dividing the total area by the influenced area. We determine the towns, in which terminals should be allocated by a procedure using schemes, which are described in Buzna [4].

* Ing. Luboš Buzna

Faculty of Management Sciences and Informatics, University of Žilina, Moyzesova 20, SK-01026 Žilina, Slovak Republic

2. Metóda spojitých aproximácií

Princíp tejto metódy spočíva vo vyjadrení celkových jednotkových nákladov na dopravu, vznikajúcich pri preprave tovaru od primárneho zdroja až ku konečnému spotrebiteľovi, ako funkciu terminálom ovplyvnenej plochy I . Terminálom ovplyvnená plocha má kruhový tvar a terminál je umiestnený v strede tohoto kruhu. Predpokladáme, že všetky uvažované oblasti majú rovnakú veľkosť. Namiesto celkových nákladov za uvažované časové obdobie použijeme vyjadrenie jednotkových nákladov, ktoré má tento tvar:

$$f(I) = f_T(I) + f_o(I) + f_i(I) \quad (1)$$

Kde $f_T(I)$ sú náklady vznikajúce v termináli (náklady na zriadenie terminálu a náklady na manipuláciu). Tieto náklady si môžeme vyjadriť nasledovne:

$$f_T(I) = \frac{f}{\lambda I}, \quad (2)$$

kde f predstavuje súčet fixných nákladov s manipulačnými nákladmi. Priemerná intenzita požiadaviek spotrebiteľa v [t/km².rok] je označená ako λ . Predpokladáme, že λ je na celej ploche oblasti R konštantná.

Náklady $f_i(I)$ sú spôsobené dopravnou prácou pri zásobovaní terminálu z primárneho zdroja a nákladmi spôsobenými viazaním kapitálu v tovare počas jeho skladovania v termináli. Pre vyjadrenie týchto nákladov je potrebné urobiť tieto predpoklady. Predpokladáme, že trasy vozidiel majú tvar, primárny zdroj - terminál - primárny zdroj a tiež to, že vozidlá sú vždy plne naložené. Potom môžeme tieto náklady vyjadriť nasledovne:

$$f_i(I) = \frac{2n_1 r_1(I)}{K_{1\max}} + \frac{c_{1h} K_{1\max}}{\lambda I}, \quad (3)$$

kde n_1 sú jednotkové náklady na jeden kilometer jazdy vozidla zásobujúceho terminál, $r_1(I)$ je priemerná vzdialenosť terminálu od primárneho zdroja. Ak predpokladáme obdĺžnikový tvar zásobovanej oblasti R s dĺžkou dlhšej strany L a polohu primárneho zdroja na kratšej strane obdĺžnika v polovici jej výšky (obr. 1), potom:

$$r_1(I) = \frac{L}{2} \quad (4)$$

O dopravnom parku zásobujúcom terminály budeme predpokladať, že je homogénny a že $K_{1\max}$ je maximálna kapacita vozidla, c_{1h} sú náklady na kapitál viazaný v jednej jednotke tovaru za plánovacie obdobie.

Poslednou zložkou nákladovej funkcie (1) sú náklady spôsobené zásobovaním spotrebiteľov z terminálu. Vyjadríme ich nasledovne:

$$f_o(I) = \frac{2n_0 r_0(I)}{K_{0\max}} + \frac{c_{oh} K_{0\max} \delta}{\lambda}, \quad (5)$$

kde n_0 sú jednotkové náklady na jednotkovú vzdialenosť vznikajúce pri zásobovaní spotrebiteľov, $r_0(I)$ je priemerná vzdialenosť spo-

2. Continuous approximation approach

The principle of this approach is based on the expression of a total transport cost between the primary source and customers as a function of size of a terminal influenced area I . The terminal influenced area has a round shape and the terminal is situated in the middle. We assume that all the considered areas of each terminal have an equal size. Instead of the total cost during the time period we will use a proportional cost, which belongs to the pass a one item through the distribution system. This cost has the following form:

$$f(I) = f_T(I) + f_o(I) + f_i(I) \quad (1)$$

In the expression, $f_T(I)$ is terminal cost (rent and handling cost for terminal). We can estimate $f_T(I)$ by the following expression:

$$f_T(I) = \frac{f}{\lambda I}, \quad (2)$$

where f is sum of rent and handling costs. An average demand density rate [item/km².year] is marked with symbol λ . We consider that λ is constant for the whole area R .

The inbound cost $f_i(I)$, which is caused by transport operations between the primary source and terminals and contains also pipeline inventory cost. If we want to express this cost, the following assumptions must be made. We assume that vehicle routes have the form of the primary source - terminal - primary source and vehicles travel fully loaded. Then $f_i(I)$ can be expressed in the following way:

$$f_i(I) = \frac{2n_1 r_1(I)}{K_{1\max}} + \frac{c_{1h} K_{1\max}}{\lambda I}, \quad (3)$$

where n_1 is cost per vehicle - kilometer from the primary source to terminal and $r_1(I)$ is an average distance from the primary source to terminal. We consider elongated shape of the area R , which is rectangular with length L . When the primary source is located by the edge in half of its height (Fig. 1), then:

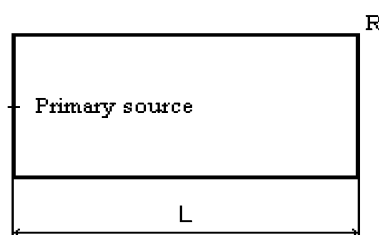
$$r_1(I) = \frac{L}{2} \quad (4)$$

We suppose that the fleet i.e. vehicles traveling from the source to terminals is homogenous. The vehicles are capable to carry $K_{1\max}$ items. We consider that c_{1h} is a holding cost per item-day.

The last part (1) is an outbound cost expressing a delivery cost for customers from the terminal. We can write:

$$f_o(I) = \frac{2n_0 r_0(I)}{K_{0\max}} + \frac{c_{oh} K_{0\max} \delta}{\lambda}, \quad (5)$$

where n_0 is cost per vehicle-kilometer from the terminal to a customer and $r_0(I)$ is an average distance from the terminal to a cus-



Obr. 1
Fig. 1

trebitela od terminálu (jej popis je obsahom ďalšej kapitoly), $K_{0\max}$ je maximálna kapacita vozidiel zásobujúcich spotrebiteľov, c_{oh} je cena kapitálu viazaného v jednej jednotke tovaru počas zásobovania spotrebiteľov (často $c_{oh} = c_{1h}$) a δ je priemerná priestorová hustota obyvateľstva (celkový počet obyvateľov rozpočítaný na celkovú plochu zásobovanej oblasti $|R|$).

3. Priemerná vzdialenosť zákazníka od terminálu

Ak predpokladáme, že obsluhovaná oblasť R je rozdelená na rovnaké kruhové oblasti a terminál je umiestnený v strede týchto kruhov, potom môžeme priemernú vzdialenosť spotrebiteľa od terminálu vyjadriť v každej z oblastí nasledovne:

$$r_0(I) = \frac{\int_I d(x_r, x)h(x)dx}{\int_I h(x)dx}, \quad (6)$$

kde $h(x)$ je hustota rozmiestnenia obyvateľov na ploche (počet zákazníkov na jednotku plochy), $h(x)$ si vyjadríme v závislosti od vzdialenosti od terminálu r , teda budeme predpokladať, že body ležiace na kruhoch so stredom v mieste terminálu majú rovnakú hustotu osídlenia.

Pre všetky okresné mestá SR (okrem špecifickej Bratislavy a Košíc), ktoré považujeme za kandidátov na umiestnenie terminálu, sme zvolili počiatkový polomer kružnice 5 km, ktorý sme postupne zväčšovali o 0,3 km a v jednotlivých medzikružiach sme spočítali redukovanú hustotu osídlenia (počet zákazníkov - obyvateľov žijúcich v medzikruží podelený obsahom medzikružia). Redukovaná hustota osídlenia okolia mesta je hustota osídlenia, ktorá do okolia mesta (kandidáta na umiestnenie terminálu) nezapočítava obyvateľov miest, ktoré majú väčší počet obyvateľov ako je polovica počtu obyvateľov mesta, pre ktoré redukovanú hustotu vypočítavame. Pre toto obmedzenie sme sa rozhodli hlavne preto, lebo nepredpokladáme, že pri zásobovaní budeme voziť tovar z menších miest do väčších, ale skôr naopak. Získali sme takéto údaje o všetkých 69 okresných mestách, spriemerovali sme ich a vyhladili pomocou kľzavých priemerov a hľadali sme pre ne metódou najmenších štvorcov čo najlepšie analytické vyjadrenie. Pričom sme museli brať do úvahy tvar výrazu (6) a jeho integrovateľnosť. Ako najvhodnejšia sa ukázala funkcia:

$$h_a(r) = \frac{1}{ar + b} \quad (7)$$

pre hodnoty parametrov $a = 0,000444$ a $b = 0,017647$. Výsledok zobrazuje graf č. 2. Výpočet hustoty sme uskutočnili pre 80 kilometrové okolie miest, čo pri teoretickom celkovom pokrytí plochy SR kružnicami zodpovedá trom kružniciam.

Hustotu $h_a(r)$ sme získali priemerovaním redukovanej hustoty a preto nezodpovedá skutočnému počtu obyvateľov. Prepočítali sme $h_a(r)$ tak, aby zodpovedala pre $r \in (0,80)$ tretine počtu obyvateľov SR.

tomer (next chapter gives more details about $r_0(I)$), $K_{0\max}$ denote a maximum capacity of vehicles supplying customers, c_{oh} is a holding cost per item-day (usually $c_{oh} = c_{1h}$) and δ is a uniform spatial customer density [customer / area] (it is a total number of customers divided by the total size of area $|R|$).

3. Average distance from customer to terminal

When we assume that the total area R is divided to equally circuit areas and terminals are situated in the middle of circles, then we can express the average distance from a customer to the terminal in the following way:

$$r_0(I) = \frac{\int_I d(x_r, x)h(x)dx}{\int_I h(x)dx}, \quad (6)$$

where $h(x)$ is a spatial customer density (number of customers per unit area). We express $h(x)$ as a function of distance customers from the terminal r . We will assume that points situated at the circle, which has its center in the terminal, have an equal spatial density.

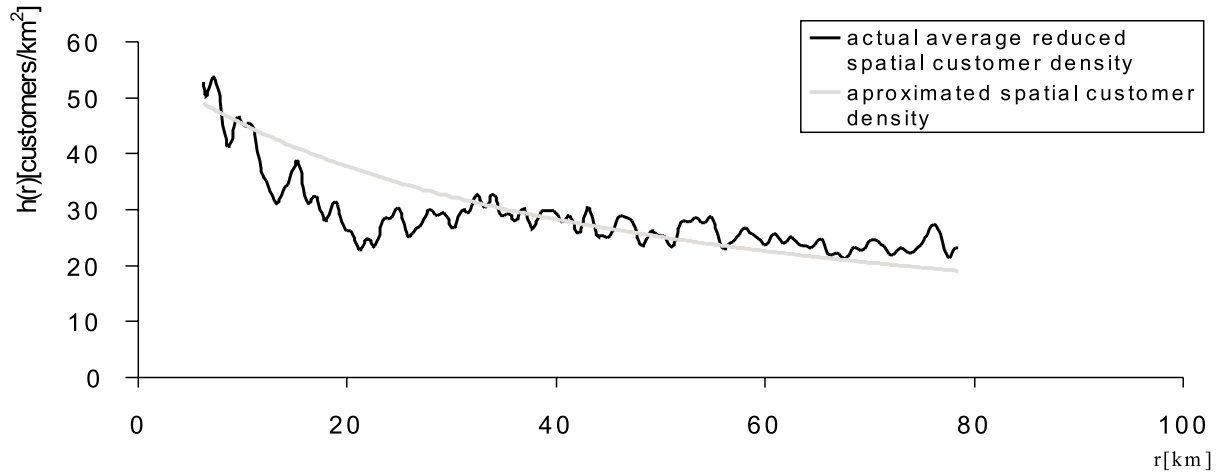
For all district towns (without specific areas of Bratislava and Košice), which are candidates on the terminal, we chose an initial radius of circle a 5 km, we increased step by step this radius by 0.3 km and we computed a customers density rate in rings (number of customer - inhabitants divided by an area of ring). A reduced customer spatial density is a density of settlement in the surroundings of a town (candidate on terminal), which doesn't add customers situated in a town with more inhabitants than a half of inhabitants living in the studied town. We decided for this restriction, because we didn't consider to supply a bigger town from a smaller town. We obtained the data from all 69 district towns, we made averages and effaced this average curve with running averages. With the smallest square approach we found an analytic approximation of this curve, we had considered the formula (6) and its integral. The following formula fits our purpose best:

$$h_a(r) = \frac{1}{ar + b} \quad (7)$$

where parameters have the settings $a = 0.000444$ and $b = 0.017647$. These curves are depicted in the Fig. 1. The computation we made for town circles surroundings with a radius of 80 km. To cover the Slovak Republic with those circles we would need three circles.

The $h_a(r)$ was averaged and reduced and it is not equivalent to a real number of customers. We adapted $h_a(r)$ to one third of inhabitants of SR for $r \in (0,80)$.

$$h(r) = \frac{1}{ar + b} + N = \frac{1}{0.000444 \cdot r + 0.017647} + 57,43 \quad (8)$$



Obr. 2
Fig. 2

Takto sme získali výsledný tvar hustoty osídlenia, ktorý sme použili pri výpočte priemernej vzdialenosti spotrebiteľa od termiálu, potom (1) bude mať tvar:

We obtained the final form of the spatial customer density function and we can use it for enumeration average distance customers from the primary source, then (1) has the following form:

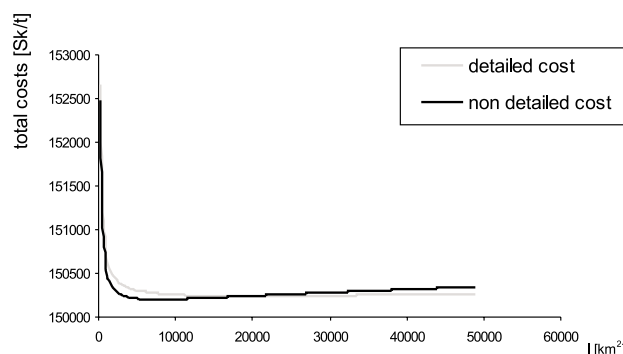
$$f(I) = \frac{f}{\lambda I} + \frac{n_1 L}{K_{1\max}} + \frac{c_{1h} K_{1\max}}{\lambda I} + \frac{2n_0 \int_0^{\sqrt{\frac{I}{\pi}}} \left(\frac{r^2}{ar+b} + Nr^2 \right) dr}{K_{0\max}} + \frac{c_{oh} K_{0\max} \delta}{\lambda} \quad (9)$$

4. Výpočtové experimenty

Použili sme rovnaké hodnoty vstupných parametrov ako v článku Buzna [4], aby sme získali lepšiu možnosť porovnania výsledkov s predchádzajúcim menej podrobným prístupom. Oblasť má plochu $|R| = 49034 \text{ km}^2$ a dĺžku $L = 418 \text{ km}$. Maximálna kapacita vozidiel $K_{1\max} = 80 \text{ t}$ a ich dopravné náklady sú $n_1 = 10 \text{ Sk/km}$, spotrebiteľa sú zásobovaní autami s maximálnou kapacitou $K_{0\max} = 2,5 \text{ t}$ a ich náklady na dopravu sú $n_0 = 5 \text{ Sk/km}$. Priemerná priestorová hustota rozmiestnenia zákazníkov je $\delta = 102,04 \text{ zákazníkov/km}^2$ pre SR a λ sme si určili ako $\lambda = 3,4 \text{ t/(km}^2 \cdot \text{rok)}$. Ostatné koeficienty sme predpokladali takto, $c_{oh} = c_{1h} = 2000 \text{ Sk/(t.rok)}$ a $f = 1\,500\,000 \text{ Sk}$. Analytické vyjadrenie pre I^* sa nám nepodarilo nájsť, tak sme sa uspokojili s numerickým riešením. Graf č. 3 zobrazuje závislosť nákladovej funkcie (9) a nákladovej funkcie podľa článku Buzna [4], ktorá nezohľadňuje nerovnomerné osídlenie.

4. Numerical experiments

We used the same entry parameters as Buzna in [4], to get a better possibility for comparison of results with a previous non-



obr. 3
Fig. 3

detailed approach. The region has an area $|R| = 49034 \text{ km}^2$ and the length $L = 418 \text{ km}$. The maximum capacity of vehicles $K_{1\max} = 80 \text{ t}$ and their $n_1 = 10 \text{ Sk/km}$, customers are supplied with vehicles capable of carrying $K_{0\max} = 2.5 \text{ t}$ and their $n_0 = 5 \text{ Sk/km}$. The uniform spatial customer density is $\delta = 102.04 \text{ customer/km}^2$ for SR and λ is determined as $\lambda = 3.4$ (item

per year and square kilometer). Other coefficients we supposed this $c_{oh} = c_{1h} = 2000 \text{ Sk/(item.year)}$ and $f = 1\,500\,000 \text{ Sk}$. We haven't found an analytical expression for I^* , we have satisfied the numerical solution. In fig. 2 are depicted cost (9) and non-detailed cost from Buzna [4].

Optimálna plocha zásobovaná z jedného terminálu, ktorá minimalizuje nákladovú funkciu (9) je pre dané vstupné údaje $I^* = 19600 \text{ km}^2$, čo zodpovedá trom terminálom. Postup umiestňujúci požadovaný počet stredísk na súvislej ploche využívajúci schému, ktorý je popísaný v Buzna [4], umiestnil terminály do týchto miest - Trnava, Zvolen a Gelnica.

5. Záver

Hlavným cieľom tejto práce bolo spresniť návrh štruktúry distribučného systému. Pri výpočte boli použité skutočné údaje o osídlení zásobovanej oblasti, ktoré boli spracované popísaným spôsobom. Z uvedených výsledkov vyplýva (pozri graf č. 1), že v blízkom okolí väčších miest je vyššia koncentrácia osídlenia, ktorá postupne so vzdialenosťou od terminálu klesá. Pretože hustota osídlenia nie je rovnomerná, $r_0(I)$ je menšia, a preto aj celkový počet stredísk vyšiel menší (optimálny počet stredísk za predpokladu rovnomernej hustoty osídlenia pre dané vstupné údaje je šesť).

6. Literatúra - References

- [1] DAGANZO, C. F.: *Logistics System Analysis*. Springer Verlag Berlin 1991, 1996, 341 s.
- [2] JANÁČEK, J.: *Tvorba regionů a výběr regionálních center*. In: Zborník príspevkov z medzinárodnej konferencie "Public Administration 2000", Lázne Bohdaneč, 23-25.10.2000 s.81-85
- [3] JANÁČEK, J.: *Analysis and structure design of distribution systems*. In: proceedings of the International Conference "Strategic Management and its Support by Informations Systems", 8-10 Sept. 1999, Horní Bečva, p. 120-124
- [4] BUZNA, L.: *Návrh štruktúry distribučného systému pomocou spojitěj aproximácie* In: Zborník príspevkov medzinárodnej konferencie „Kvantitatívne metódy v ekonómii a podnikaní“, 29-30 marec 2001, s. 429-435
- [5] JANÁČEK, J., KOVÁČIKOVÁ, J.: *Exact Solution Techniques for Large Location Problems*. In: Proceedings of the Mathematical Meth. in Economics, Ostrava, Sept. 9-11, 1997, pp. 80-84

The optimal I^* is 19 600 km². It corresponds to three terminals. The schemes location procedure described in Buzna [4] located terminals to Trnava, Zvolen and Gelnica.

5. Conclusion

The main goal of this paper was to obtain a more precise procedure to design the structure of distributions system. We used real data about settlement of the influenced area, which we treated in a described way. From the results we can see (Fig. 1) that in the closed surroundings towns the concentration of a settlement is bigger. The concentration is gradually descending with the distance from town. Because the concentration is not uniform the $r_0(I)$ is smaller and the total number of the terminal is smaller too (optimal number of terminals for uniform density of settlement is six for this entry data).