

Milan Moravčík \*

# SKÚSENOSTI Z TESTOVANIA TRATE PRE OVEROVANIE TEORETICKÝCH MODELOV

## EXPERIENCE IN RAILWAY TRACK TESTING FOR VALIDATION OF THEORETICAL DYNAMIC ANALYSIS

*Príspevok prezentuje niektoré experimentálne prístupy dynamického testovania konštrukcie trate. Charakteristiky závislosti zaťaženie - priehyb trate sú dôležité pre návrh, posudzovanie prevádzkyschopnosti trate, ale aj ako vstupné dáta pre počítačovú simuláciu dynamickej odozvy trate a dynamickej interakcie vozidlo/trať. Výsledky teoretických analýz dynamiky trate musia byť overované a porovnávané so získanými experimentálnymi výsledkami. Prezentované výsledky testovania trate pre overovanie výpočtových dynamických modelov poskytujú užitočné údaje kvalitatívnej povahy pre hodnotenie dynamického chovania konštrukcie železničného zvršku.*

### 1. Úvod

Zavádzanie vyšších prevádzkových rýchlostí a vyšších nápravových zaťažení koľajových vozidiel je výsledkom prirodzeného vývoja v železničnej doprave a tento trend bude zrejme pokračovať ďalej. V tomto kontexte je nutná úzka spolupráca stavebných a strojníkov inžinierov podieľajúcich sa na riešení problému dynamiky sústavy vozidlo/trať. Konštrukcia železničnej trate musí vykazovať vysoký stupeň presnosti jej geometrického usporiadania a tomu odpovedajúci stupeň údržby. Nové koľajové vozidlá, najmä pre prevádzku zvýšenými rýchlosťami, nesmú generovať veľké dynamické sily. Prevádzka s vysokými rýchlosťami, resp. s ťažkými vozidlami musí byť zaistená na vysokej úrovni bezpečnosti a odpovedajúcim normám komfortu jazdy.

Základným krokom riešenia naznačených problémov je poznanie dynamickej interakcie vozidlo/trať, hodnotenie dynamického chovania komponentov konštrukcie trate (koľajnic, podvalov, štrkového lôžka, systémov pružného upevnenia a pod.) a hodnotenie ich životnosti. Za týmto účelom bol na našom pracovisku vypracovaný program teoretického a experimentálneho výskumu dynamickej interakcie vozidlo/trať, ktorý obsahuje:

- Rozvoj teoretických metód riešenia a matematických výpočtových modelov.
- Počítačovú simuláciu dynamickej interakcie a predpoveď dynamických síl, deformácií a napätostí v konštrukcii zvršku a železničného spodku.
- Merania v trati a experimentálne overovanie teoretických modelov.

*The objective of this paper is to present some experimental approaches in dynamic testing of the railway track structure. The load - deflection track characteristics are particularly important in the design, in the evaluation of serviceability of concrete-sleepers tracks, and to improviding data for computer modelling of the track dynamic behaviour and the dynamic vehicle/track interaction analyses. Thus, results of theoretical dynamic analyses of the track structure must be verified and compared with obtained experimental results. The herein presented track testing for validation of dynamic analyses can give many useful indications concerning the evaluation of the superstructure behaviour.*

### 1. Introduction

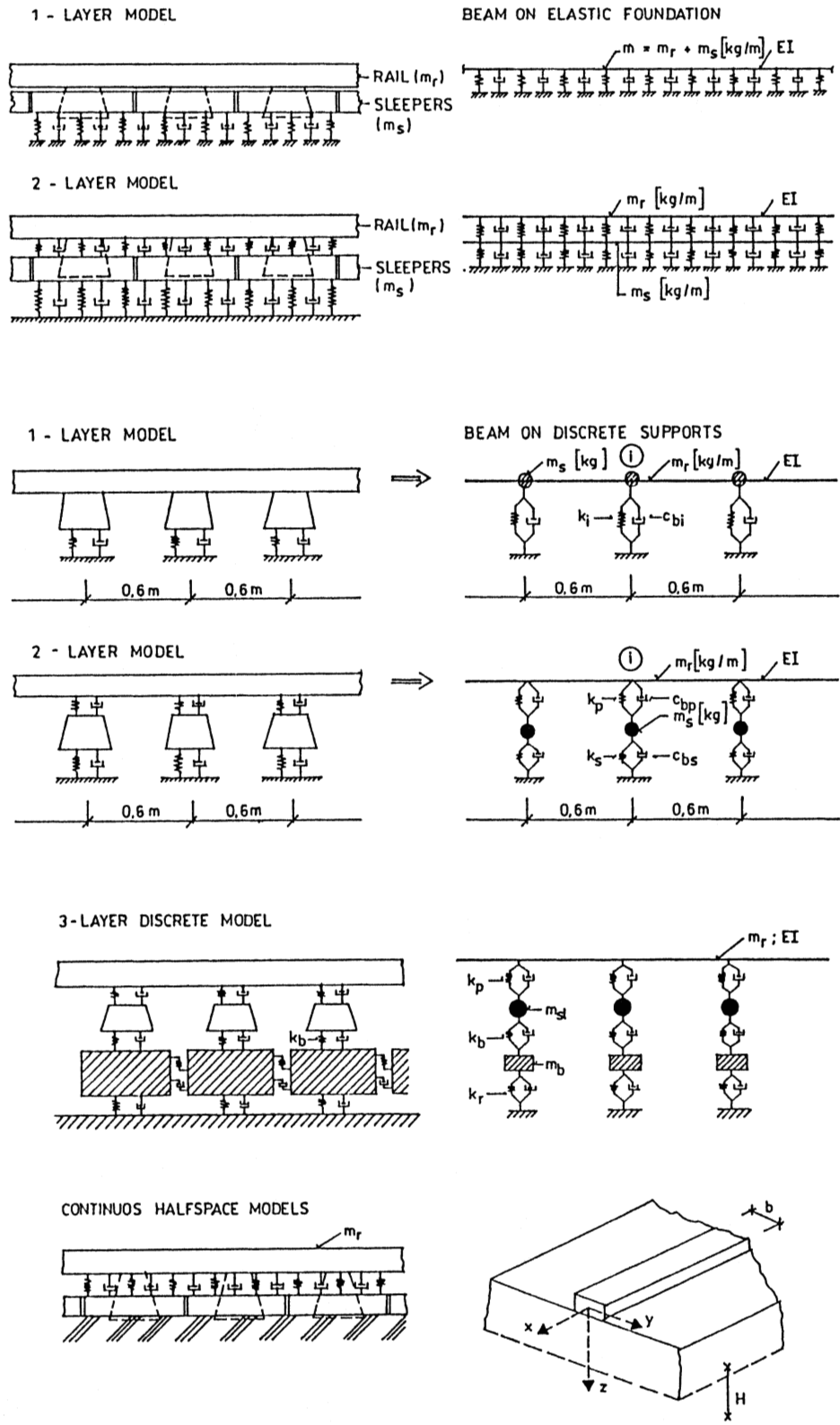
The commercial necessity for higher speed and greater axle loads has been established and this trend will probably continue. In this context, close cooperation between civil and mechanical engineers is essential. Track must have a high standard of alignment and maintenance quality must be improved accordingly. New vehicles, particularly those for high-speed operation, must not generate excessive track forces. These high speeds or heavily laden vehicles must operate with high levels of safety and with existing or improved standards of comfort.

The basic step for solving the indicated problems is identification of dynamic interaction vehicle and track structure and a prediction of the dynamic behaviour of the track components (rails, sleepers, ballast, fastening systems etc.) and their long term behaviour. With this purpose a program of theoretical and experimental works in our workplace studying the interaction of vehicle and track has been undertaken and it comprises:

- Development of theoretical methods and mathematical models
- Computer simulation and calculations to predict dynamic forces, deformations and stresses in the superstructure and substructure
- In situ measurements on track structure and experimental validation of the theoretical models

\* Prof. Ing. Milan Moravčík, CSc,

Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Komenského 52, 010 26 Žilina, Slovak Republic.



Obr. 1. Výpočtové modely trate vo vertikálnom smere  
Fig. 1 Models of track structure in vertical direction

- Statické a dynamické testovanie prvkov konštrukcie trate (podvaly, systémy pružného upevnenia, pružné podložky pod koľajnice, interakciu podval/štrkové lôžko atď.).

Vyvinuli sa viaceré kvázistatické a dynamické výpočtové modely pre posudzovanie vertikálnych a horizontálnych silových účinkov, v ktorých vystupujú jednak charakteristiky komponentov - koľajnice, podvaly, štrkové lôžko, podložie, alebo celkové charakteristiky konštrukcie trate. V štandardnej analýze konštrukcie trate bola koľajnica modelovaná ako pružný nosník na pružnom Winhlerovskom podklade. V súčasnosti sa aplikuje Metóda konečných prvkov (MKP) a trať (koľajnica) je modelovaná ako pružný nosník na diskretných pružných podperách (v miestach podvalov). Výsledné pohybové rovnice koľajnice vo vertikálnom smere môžu byť zapísané v tvare:

$$[m]\{\ddot{v}\} + [c]\{\dot{v}\} + [k]\{v\} = \{P\} \quad (1)$$

kde  $[m]$ ,  $[c]$ ,  $[k]$  sú matice hodnôt tlmenia a tuhosti  $\{v\}$  a je vektor uzlových posunutí koľajnice.

V označení podľa rov. (1) je odozva trate analogická ako odozva mechanickej sústavy s jedným stupňom voľnosti. Riešenie problému v časovej oblasti je prezentované v prácach [4, 5], kde numerický algoritmus riešenia metódou konečných prvkov je aplikovaný na výpočet odozvy v časovej oblasti.

Obr. 1 prezentuje používané modely trate vo vertikálnom smere odpovedajúcej aplikácii MKP, rov. (1). Mechanické vlastnosti konštrukcie trate sú modelované sústavami pružín a tlmičov v jednej alebo dvoch vrstvách, obr. 1.

Charakteristiky pružín a tlmičov sa určujú laboratórnymi testmi, alebo meraním v trati. Charakteristiky závislosti zaťaženie - priebeh komponentov konštrukcie trate sú dôležité pri návrhu posudzovaní účinkov prevádzky, ale aj počítačovú simuláciu dynamickej interakcie vozidlo/trať. Výsledky testovania dynamickej odozvy trate dávajú užitočné informácie o skutočnom dynamickom chovaní trate, ale aj overení teoretických riešení odozvy trate.

Predmetom tejto štúdie je analýza signálov merania odozvy konštrukcie trate v prevádzkových podmienkach a hodnotenie informácií získaných z týchto meraní. Časové priebehy dynamických posunov a zrýchlení vo vertikálnom smere dávajú základnú informáciu celkového dynamického chovania trate. Ich frekvenčná analýza dáva ďalšie podrobné informácie o kmitaní trate. V štúdiu sú prezentované výsledky niektorých vykonaných testov trate vo frekvenčnej oblasti, jednak pre stredné, ale aj vyššie frekvencie 0 - 800 Hz.

## 2. Hodnotenie dynamického chovania trate na základe merania jej dynamickej odozvy

Dynamické chovanie trate má byť uvažované v širšej súvislosti ako spätná väzba mechanickeho systému vozidlo/trať (okamžitá

- Static and dynamic laboratory tests for the track structure members (sleepers, fastening systems, pads, sleeper ballast interaction etc.).

A number of quasi-static and dynamic computer models have been developed for the track structure behaviour under vertical and horizontal loads which include either separate components representing rails, fasteners, sleepers, and subgrade or total characteristics of the track. In the standard track analysis, the rail has been modelled as an elastic beam on an elastic Winkler foundation. At present, the Finite Elements Approach (FEA) is applied and the track (rail) is modelled as an elastic beam on the discrete supports. The resulting equations of motion of rail are

$$[m]\{\ddot{v}\} + [c]\{\dot{v}\} + [k]\{v\} = \{P\} \quad (1)$$

where  $[m]$ ,  $[c]$ ,  $[k]$  are the mass, damping and stiffness matrices, and  $\{v\}$  is the nodal displacement vector.

In this notation a general set of equation for the description of the response of a track structure may be written analogous of those of a single-degree of freedom structure. Time domain solution of the problem is presented in [4, 5], where the numerical algorithm consisting of the finite element procedure to model the track structure and the time-step integration to calculate the response.

Figure 1 shows the used physical modelling of the track component in vertical direction corresponding to the application of the FEA, Eq. (1). The mechanical properties of track structure are modelled by a set of springs and dampers in one or two layers, see Fig. 1.

The characteristics of springs and dampers can be determined by the laboratory load tests of track components, or the field measurement in the typical track condition. The load - deflection track characteristics are particularly important in the design, use of modern concrete-sleepers track, and to provide data for computer modelling of the track dynamic behaviour and the dynamic vehicle/track interaction. Thus, the theoretical dynamic analyses of track structure can be compared with the gained experimental results. The track testing presented herein for validation of theoretical dynamic analysis can give many useful indications concerning the evaluation of superstructure performances.

The objective of this study is just the signal analysis of track structure at passing trains and investigation of what information can be obtained from the measurement and analysis of response analysis. The dynamic deflection and vertical acceleration time histories give a base information about overall characteristics of dynamic response of the track. The frequency analysis gives the additional helpful and comprehensive information about a vibration of track. The paper presents just some approaches and results in the vertical dynamic testing of railway track, both the mid frequency domain and a higher frequency domain, 0 - 800 Hz.

## 2. Assessment of the track dynamic behaviour base on in situ response measurements

Track structure behaviour should be considered as a feedback between the dynamics of system vehicle/track (short - term behav-

odzova v danom čase) vzhľadom k dlhodobému chovaniu tohto systému, obr. 2. Dynamické zaťaženie generuje zmeny v konštrukcii trate, ale aj na vozidlách (degradácia geometrie trate, poškodzovanie vozidiel), ktoré následne vyvolávajú dynamické sily, ovplyvňujú kvalitu a stabilitu jazdy, údržbu vozidiel a tratí, ako aj celkovú prevádzkovú bezpečnosť.

Táto kapitola prezentuje postupy a niektoré výsledky experimentálneho merania komponentov trate - koľajníc a podvalov pri prejazde

vlakov. Výsledky analýzy dávajú obraz o dynamickom chovaní trate vo vertikálnom smere a jej stavových parametrov v danom čase a mieste. Na našom pracovisku sa používajú dva spôsoby merania dynamickej odozvy trate:

- Synchronne meranie priehybov koľajníc a podvalov pomocou snímačov mechanických posunutí.
- Synchronne meranie zrýchlenia akcelerometrami na koľajnici, podvaloch, štrkovom lôžku, resp. v okolí tratí.

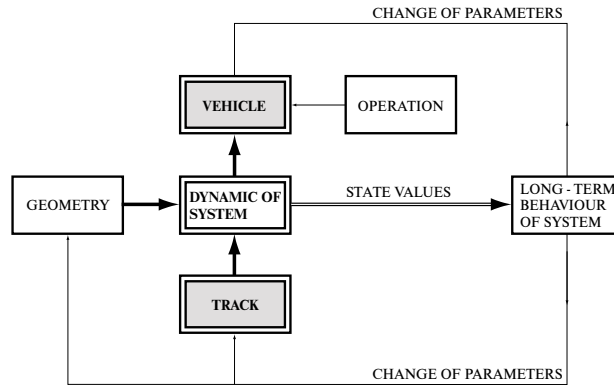
Usporiadanie merania priehybov snímačmi priehybu Bosh a snímačmi zrýchlenia typu KS 50, BK 4500 a BK 3806 s odpovedajúcou blokovou schémou merania je na obr.3.

Pohybujúce sa koľajové vozidlá generujú v konštrukcii trate (koľajnice, podvaly, štrkové lôžko) priehyby, napätia a sily, ktoré všeobecne dosahujú vyššie hodnoty ako pri statickom pôsobení vozidiel, alebo pri nízkych rýchlostiach. Dynamický koeficient  $\delta$  v týchto prípadoch má výrazný stochastický charakter a môže byť definovaný pomerom max. dynamického priehybu  $Y_{dyn}$  ( $Y$  = priehyb koľajnice  $v_R$  alebo podvalu  $v_S$ ) a statického priehybu  $Y_{st}$ .

$$\delta = \frac{Y_{dyn}}{Y_{st}} \quad (2)$$

Prejazd každého dvojkoľesia daným miestom trate vytvára charakteristické maximálne hodnoty  $Y_{dyn}$  sledovanej veličiny, ktoré môžu byť hodnotené štandardnými štatistickými metódami. Odpovedajúce histogramy poskytujú potrebné informácie pre hodnotenie očakávaných hodnôt dynamického súčiniteľa pre koľajnicu alebo podval.

Zaistenie presnosti merania relatívnych priehybov koľajníc a podvalov (snímače  $D_R$  a  $D_S$  na obr. 2) v prevádzkových podmienkach však nie je jednoduchou úlohou, najmä kvôli realizácii pevnej meracej základne, ku ktorej meranie priehybov vzťahuje. Pri prejazde vlakov podložie v blízkom okolí trate kmitá, čo nepriaznivo ovplyvňuje stabilitu meracej základne. Dobré



Obr. 2. Spätá väzba okamžitého a dlhodobého dynamického chovania trate

Fig. 2 Feedback between dynamic and long term track behaviour

our) and the long-term behaviour of the system, see Fig. 2. Dynamic loads generate changes in the track and in the vehicle (track geometry degradation, vehicle damage), which in turn result in higher loads, affect ride quality, high-speed stability, vehicle and track maintenance, and operating safety.

In this section, some experimental practices and some obtained results will be shown to demonstrate the dynamic behaviour of track structure - the rails, the sleepers, and ballast respectively, at passages of trains. Results of these mea-

surements may be used to assess the short-term dynamic behaviour of the track at an observed section and to give the state parameters of the vehicle/track system in certain time.

In our workplace two techniques for the dynamic response measurement of the track structure are applied:

- The deflection measurement of the rail, the sleepers using the displacement transducers set with the rail and the sleepers.
- The acceleration measurement using accelerometers set with the rail, the sleeper and with the ballast.

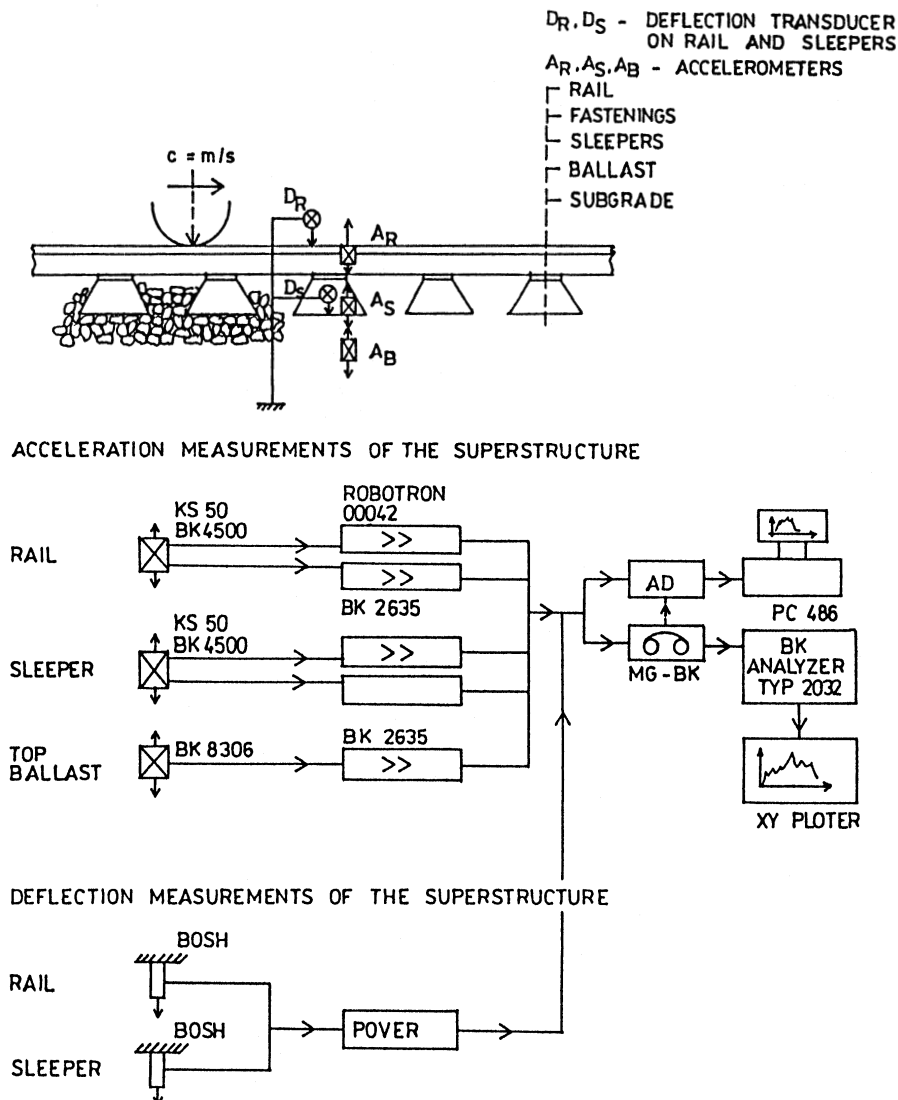
Arrangement of the vertical displacement transducers of Bosh type and accelerometers of KS 50, BK 4500, and BK 3806 type and the corresponding block diagram are shown in Fig. 3.

Moving vehicles generate deflection, stresses, and forces in the track components (rails, sleepers, ballast) that are generally greater than those caused by the same vehicle load applied statically or moving at low speed. The dynamic amplification  $\delta$  generally has a stochastic character and can be defined as a ratio of the maximum dynamic deflection of a quantity  $Y_{dyn}$ , ( $Y$  = rail deflection  $v_R$ , sleeper deflection  $v_S$ ) to the static deflection of a quantity  $Y_{st}$ .

$$\delta = \frac{Y_{dyn}}{Y_{st}} \quad (2)$$

The passage of each wheelset induces a peak of the observed quantity  $Y_{dyn}$  and the results may be treated statistically. Thus, histograms can be constructed and exploited for statistic expected values of the dynamic coefficient for the rail deflection  $v_R$  and the sleeper deflection  $v_S$ .

Accuracy of measurement of the relative deflections (transducers  $D_R$  and  $D_S$  in Fig. 2) of the rail and the sleepers in practice is not easy. The fundamental difficulty is fixed datum against which the deflections are measured. When a train passes the measured place, the ballast and ground nearby the track deflects and vibrates, so that we do not have a stable platform for measurement. Acceptable results have been obtained using the displacement measuring transducers of



Obr. 3. Usporiadanie snímačov a odpovedajúca bloková schéma merania dynamickej odozvy trate.  
 Fig. 3 Arrangement of transducers and corresponding block diagram for dynamic measurement in the track

výsledky meranie sa získali použitím snímačov priehybu Bosh osadených na tuhých 6 m dlhých oceľových konzolách, fixovaných v pieskovom lôžku na dĺžke 2 m. Hodnoty priehybov  $v_R$  a  $v_S$  získané meraním dávajú priamo dynamický súčiniteľ  $\delta$  prejazdu lokomotívy a charakteristických podvozkov vagónov v meranom mieste trate.

Použitie snímačov zrýchlenia (akcelerometre  $A_R, A_S, A_B$  na obr. 3) na meranie kmitania komponentov zvršku je atraktívne, nakoľko nevyžaduje pevnú meraciu základňu.

## 2.1 Dynamické priehyby koľajnice a podvalu

Skutočné prevádzkové zaťaženie trate zahŕňa postupnosť opakovaných dynamických impulzov, ktoré všeobecne závisia od

Bosh type that made measurement against a fixed 6 m long console beam imbedded in 2 m long sand bed. The obtained values of the vertical displacements can be used to determine the dynamic amplification  $\delta$  resulting from the passage of railway vehicles (locomotive and characteristic coach bogies) over the tested track section.

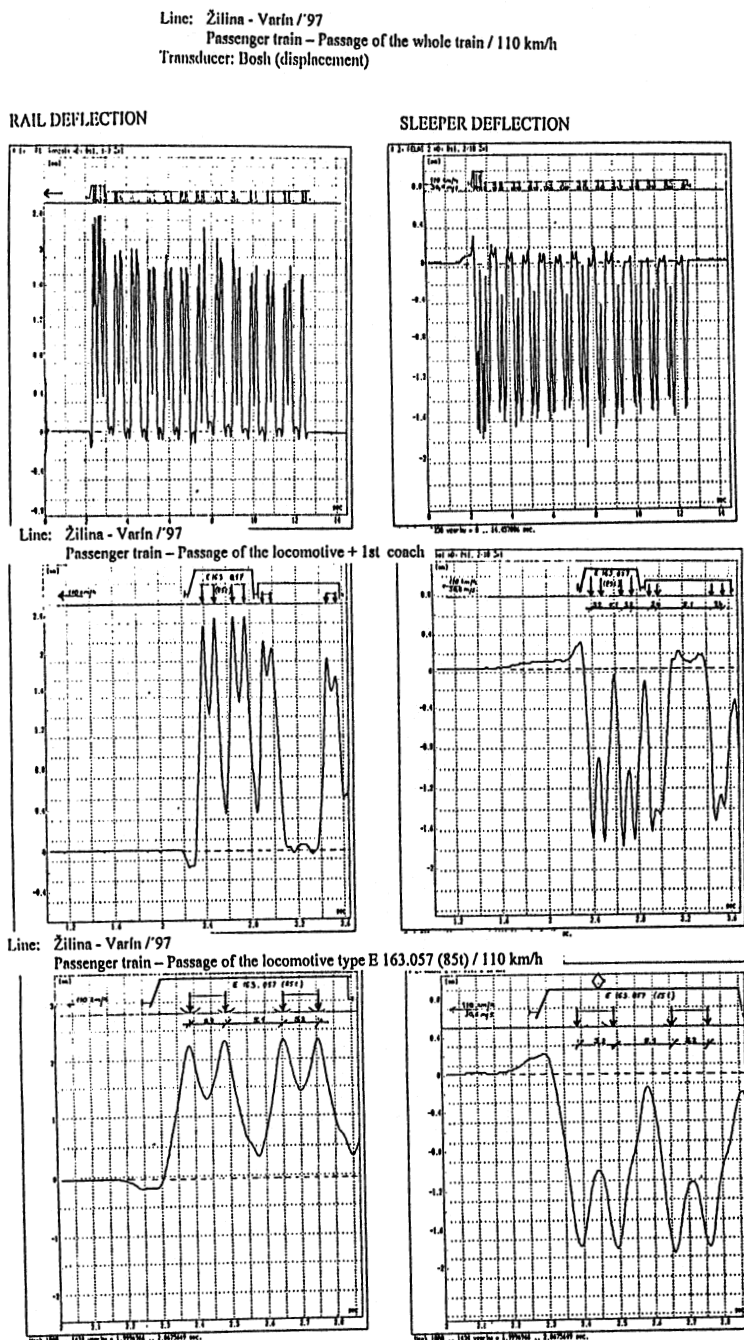
Using accelerometers (transducers  $A_R, A_S, A_B$  in Fig. 3) to measure the dynamic track response (vibration of the track components) is very attractive, since no fixed datum is required and different frequency response can also be measured.

## 2.1 Rail and sleeper dynamic deflections

The actual loading of a track line section will consist of a mix of many different wheel loads, which are defined by the individual

hmotnosti vozidiel, rýchlosti, kvality trate a pod.. Zmeny týchto parametrov majú za následok zmenu v odozve a v rozdelení dynamického zaťaženia a tiež zmenu rozdelenia priehybov koľajníc a podvalov. Dynamické priehyby koľajníc a podvalov v danom traťovom úseku závisia od:

car weights, speed, track quality, etc. Variations of these parameters will result in a variation in the response and in a distribution of dynamic loads and equally corresponding distribution of the rail and sleeper deflections. Rail and sleeper dynamic deflections at each individual track section depend, in general on:



Obr. 4. Časový priebeh dynamických priehybov koľajníc a podvalov: • prejazd celého vlaku • prejazd lokomotívy a prvého vozňa  
Fig. 4 Time domain representation of the rail and sleeper dynamic deflection - passenger train: • passage of the whole train  
• passage of the locomotive and the first coach.

- Technických parametrov trate (geometria trate, kvalita, údržba, konštrukcia).
- Parametrov koľajových vozidiel (odpružené hmoty).
- Prevádzkových podmienok (intenzita zaťaženia trate, prevádzková rýchlosť).

Dynamické priehyby koľajníc a podvalov priamo súvisia s ich dynamickým zaťažením. Aplikáciou základných postupov lineárnej mechaniky možno získať približné hodnoty dynamických síl  $P_{dyn}$ :

$$P_{dyn} = P_{st} \cdot \frac{V_{dyn}}{V_{st}} = k \cdot v_{dyn} \quad (3)$$

kde:  $P_{st} = k \cdot v_{st}$   
 $k$  je vertikálna tuhosť trate ( $N/m^2$ ) v sledovanom úseku.

Vzhľadom na zaťaženie konštrukcie trate môžeme všeobecne konštatovať, že koľajnice a podvaly sú zaťažované opakovaným dynamickým zaťažením rázového charakteru s charakteristickým tvarom, podobným priehybom na obr. 4. Z amplitúd dynamických priehybov koľajníc a podvalov možno hodnotiť a oceňovať:

- Dynamický súčiniteľ, vzťah (2).
- Približné hodnoty vertikálnych dynamických síl, vzťah (3).
- Stupeň poškodenia a degradácie konštrukcie zvršku.
- Vplyv rýchlosti na dynamickú odozvu.
- Funkčnosť systému pružného upevnenia koľajníc.

## 2.2. Zrýchlenia koľajníc a podvalov

Kmitanie trate pri prejazde vlakov môže byť popísané vzhľadom na interakčné sily, zrýchlenia, rýchlosti alebo pohyby trate obvyčajne v časovej oblasti. Táto dynamická odozva trate vo vertikálnom smere má charakteristický priebeh, obr. 6 - 10, ktorý môže byť charakterizovaný ako nestacionárny náhodný signál s časovo premennou strednou kvadratickou hodnotou.

Transformácia takýchto signálov do frekvenčnej oblasti dáva spektrá zrýchlení, ktoré dávajú informácie o vertikálnom kmitaní koľajníc a podvalov, ako aj obraz o koncentrácii energie kmitania a jej rozdelení ako funkcie frekvencie. Naše merania potvrdili, že tieto deje zahŕňajú širokú frekvenčnú oblasť. Obr. 6 - 10 prezentujú takéto signály, ktoré musia byť adekvátne analyzované. Pokiaľ tradičná spektrálna analýza založená na Fourierovej transformácii (FT), alebo digitálnom filtrovaní je dobre aplikovateľná na stacionárne signály, analýza nestacionárnych signálov musí zohľadňovať spektrálne informácie v čase. Jednou z vhodných techník, ktorá bola aplikovaná pri analýze záznamov zrýchlení koľajníc a podvalov, je technika výberu úsekov (window function), ktorou sa vyberajú časti záznamu zahrňujúce charakteristické javy celkového záznamu.

## 3. Analýza zrýchlenia trate vo vertikálnom smere

Jadrom analýzy získaných záznamov zrýchlenia kmitania je ich frekvenčná analýza, ktorá dáva základné informácie o frek-

- track characteristics (track geometry, quality, stiffness, and track structural components).
- vehicle characteristics (unsprung mass of wheelsets)
- operating conditions (track loading, speed, braking).

The dynamic deflections have direct relation to the dynamic load of rails, sleepers and ballast. Applying linear mechanics theory can be roughly estimated the dynamic interaction forces wheel/rail  $P_{dyn}$ :

$$P_{dyn} = P_{st} \cdot \frac{V_{dyn}}{V_{st}} = k \cdot v_{dyn} \quad (3)$$

where:  $P_{st} = k \cdot v_{st}$   
 $k$  is the vertical track stiffness ( $N/m^2$ ) at the track line section.

Generally, we can say that in service conditions each rail cross-section or each sleeper is loaded by a sequence of impacts or shocks of the wheel load of the passing trains. This dynamic load induces a dynamic deflection of rails and sleepers having a characteristic shape in time domain, see Fig. 4. Amplitudes of these vertical dynamic rail and sleeper deflections for known track stiffness can be exploited to assess:

- the dynamic amplification  $\delta$  applying the relation (2)
- the vertical rail and sleeper forces applying the relation (3)
- the degree deterioration and degradation of the permanent way structure
- the effect of train speed on the dynamic track response
- the function of resilient fastenings in the track structure.

## 2.2 Rail and sleeper accelerations

Track vibrations measured under train load may be described in terms of force, acceleration, velocity and displacement and for a complete description it is obtain a time history record of the quantity in question. The measured vertical dynamic response of rails and sleepers has a characteristic shape in time domain, see Figs. 6 - 9. They represent typically non-stationary random signals with time-varying mean square value.

Transformation of these signals to the frequency domain yields the acceleration spectrum that gives the additional helpful information about the vertical vibration of track. The spectrum shows concentration of the energy and its distribution in a signal as a function of frequency. Our measurements show that the spectra of vertical rail and sleeper acceleration cover a wide range of frequencies.

Figs. 6 - 9 show typical non-stationary signals that must be adequately analysed. While traditional spectral analysis techniques based on Fourier Transformation (FT) or digital filtering provide a good description of stationary and pseudo-stationary signals, non-stationary signals must be analysed with consideration of spectral information in time. One of the techniques considered here is the use of window functions to window out short sections of the overall signal which are near stationary or which contain isolated events.

venčnej skladbe kmitania trate. Zaznamenané časové priebyhy zrýchlenia sú diskretizované na časové postupnosti

$$\{a(n)\}; 0 \leq n \leq N-1 \quad (4)$$

kde:  $N$  je dĺžka diskretných hodnôt - dĺžka záznamu

Analýzator typu BK 2032 [3], ktorý bol použitý pre analýzu získaných záznamov, vykonáva Diskrétnu Fourierovu transformáciu (DFT) pomocou algoritmu verzie Radix 2 ( $N = 2^m$ ), kde  $m = 7, 8, 9, 10, 11$ , ktorým prislúcha počet vzoriek  $N = 128, 256, 512, 1024, 2048$ . Algoritmus DFT pre vybraný počet vzoriek  $N$  dáva identický výsledok ako FFT tohto záznamu.

Každá časová funkcia sa najskôr transformuje do komplexného spektra. Stredné kvadratické hodnoty amplitúd sú priemerované, aby sa získali antospektrá analyzovaného signálu. Všetky ďalšie funkcie sa získavajú z týchto antospektier, resp. zo vzájomného spektra dvoch synchronných záznamov, najmä:

- Okamžité spektrá.
- Zosilnené spektrá.
- Frekvenčná a impulzová odozva.
- Koherencia.
- Korelácia a pod.

Príklady podrobnej analýzy použitím analyzátoru BK 2032 [3] sú prezentované na obr. 6 - 10. Pravdepodobne najdôležitejšia funkcia praktického významu je frekvenčná odozvočná funkcia

### 3. Analysis of the vertical track acceleration

The core of the analysis of the track vibrations records rests on the frequency analysis of these records. In a broad sense, the frequency analysis is an extraction of useful information from measured acceleration and estimation of certain properties or measures of the signals.

In the vertical track acceleration measurements we obtained a real-valued time records

$$\{a(n)\}; 0 \leq n \leq N-1 \quad (4)$$

where the sequence of  $N$  discrete samples is a length of record.

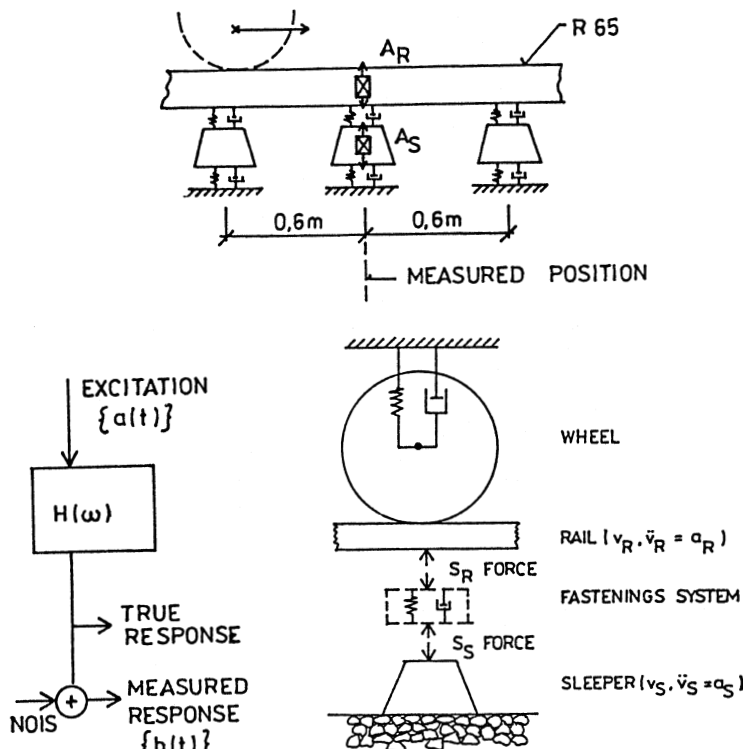
The used BK Analyser Type 2032 [3] develops Fast Fourier Transformation (FFT) as a calculation procedure for obtaining the Discrete Fourier Transformation (DFT). The advantages of the FFT can be achieved in a variety of ways but a particular version of a Radix 2 algorithm ( $N = 2^m$ ) is used in BK Analyser, where  $m = 7, 8, 9, 10, 11$ , and corresponding number of discrete samples  $N = 128, 256, 512, 1024, 2048$ . As has just been shown, the FFT algorithm produces identical results to direct application of the DFT and thus, the analysed record and results are a finite number  $N$  representing one period of an infinitely long periodic signal.

For each signal, the time function is first transformed to a complex spectrum. The squared amplitudes of a number of such

instantaneous spectra are next averaged to give the autospectrum for that particular signal. All other functions in the diagram are calculated on these two autospectra (channel „A“ and channel „B“) and the cross spectrum:

- Instantaneous spectrum
- Enhanced spectrum
- Frequency and impulse response
- Coherence
- Correlation, etc.

Figures 6 - 10 show examples of more comprehensive analysis by using the B&K Analyser Type 2032 [3]. Probably the most important function of these is Frequency Response Function (FRF), that represents the ratio of output  $b(t)$  to input  $a(t)$  in the frequency domain, and thus characterise physical system. In our case it is a resilient fastening system



Obr. 5. Aplikácia FRF na systéme pružného upevnenia kolajnica - podval  
Fig. 5 Application of the FRF to the fastening system rail/sleeper

(FRF), ktorá dáva pomer odozvy  $b(t)$  (výstupu) a budenia  $a(t)$  (vstupu) vo frekvenčnej oblasti, čím plne charakterizuje danú mechanickú sústavu. V našej analýze to predstavuje systém pružného upevnenia koľajnica - podval, ktorý tvorí jeden z najdôležitejších prvkov konštrukcie železničného zvršku, obr. 5.

Keď mechanický systém je charakterizovaný funkciou impulzovej odozvy  $h(t)$ , potom odozva  $b(t)$  sa získa konvolúciou  $a(t)$  a  $h(t)$ :

$$b(t) = a(t) * h(t) \quad (5)$$

Aplikáciou konvolučného teóremu dostaneme

$$B(f) = A(f) \cdot H(f) \quad (6)$$

kde:  $H(f)$  je Fourierová transformácia  $h(t)$ .

FRF potom získame za pomeru

$$H(f) = \frac{B(f)}{A(f)} \quad (7)$$

V praktickej analýze sa vyššie uvedené vzťahy využívajú aj v modifikovanej forme:

$$H_1(f) = \frac{B(f)}{A(f)} \cdot \frac{A^*(f)}{A^*(f)} = \frac{G_{AB}(f)}{G_{AA}(f)} \quad (8)$$

alebo:

$$H_2(f) = \frac{B(f)}{A(f)} \cdot \frac{B^*(f)}{B^*(f)} = \frac{G_{BB}(f)}{G_{BA}(f)} \quad (9)$$

V zosilnenom analytickom signále  $H_1$  sa získa ako pomer zosilnených signálov  $G_{\bar{B}}(k)$  a  $G_{\bar{A}}(k)$ :

$$H_1(k) = \frac{G_{\bar{B}}(k)}{G_{\bar{A}}(k)} \quad (10)$$

Príklady analýzy vertikálneho zrýchlenia kmitania koľajníc a podvalov s využitím B&K analyzátoru typu 2032 [3], sú ukázané na obr. 6 - 10.

#### 4. Záver

Dynamické chovanie koľajníc, podvalov a systému pružného upevnenia bol analyzovaný ako proces odozvy týchto komponentov pri všeobecne neznámom budení pri prejazde vlakov. Získané záznamy umožňujú určiť dominantné frekvencie na koľajniaciach, podvalov a v štrkovom lôžku a tým hodnotiť dynamické vlastnosti týchto konštrukčných prvkov trate. Hlavné zdroje vertikálnych interakčných síl koleso/koľajnica sú všeobecne známe. Tieto dynamické sily sú prenášané konštrukciou trate, pričom poškodzujú jej komponenty.

Získané záznamy vertikálnych zrýchlení komponentov trate majú typicky nestacionárny priebeh - predstavujú signály s časovo premennou strednou kvadratickou hodnotou, ktoré musia byť adekvátne analyzované. Spektrá získané analýzou týchto signálov zahŕňajú širokú oblasť frekvencií, ktoré všeobecne závisia od:

rail/sleeper, that represents one of the most important elements in the permanent way structure, see Fig. 5.

When the system is characterised by its impulse response  $h(t)$ , and the output signal  $b(t)$  is the convolution of the input signal  $a(t)$  with function  $h(t)$ , thus:

$$b(t) = a(t) * h(t) \quad (5)$$

By the convolution theorem, it follows that

$$B(f) = A(f) \cdot H(f) \quad (6)$$

where  $H(f)$  is the Fourier transform of  $h(t)$ . Thus, the FRF can be obtained from:

$$H(f) = \frac{B(f)}{A(f)} \quad (7)$$

In practice, there are found to be advantages in modifying Eqn. (7) in various ways, for example:

$$H_1(f) = \frac{B(f)}{A(f)} \cdot \frac{A^*(f)}{A^*(f)} = \frac{G_{AB}(f)}{G_{AA}(f)} \quad (8)$$

or a version known as  $H_2(f)$ :

$$H_2(f) = \frac{B(f)}{A(f)} \cdot \frac{B^*(f)}{B^*(f)} = \frac{G_{BB}(f)}{G_{BA}(f)} \quad (9)$$

In Dual Signal Enhancement mode,  $H_1$  is the complex ratio of the Enhanced Spectra  $G_{\bar{B}}(k)$  and  $G_{\bar{A}}(k)$ , that is:

$$H_1(k) = \frac{G_{\bar{B}}(k)}{G_{\bar{A}}(k)} \quad (10)$$

Figures 6 - 10 show examples of more comprehensive analysis by using the B&K Analyser Type 2032 [3].

#### 4. Conclusions

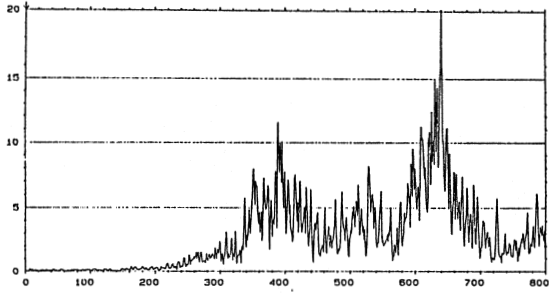
The dynamic behaviour of rails and sleepers under passage of the trains has been analysed in time and frequency domain. It is a process of determining the response of the track structure as a mechanical system due to same generally unknown excitation at passing trains. It enables distinct frequency components to be related to the rails, the sleepers, and the ballast and thus identify the dynamic structure of the track vibration and sources of the vibration, respectively. The major causes of increases in the vertical force between the rail and the wheel and the major dynamic sources are generally known. These dynamic forces are transmitted to the track structure, damage its components and can be appreciated indirect just by the dynamic response under passage of trains.

The measured vertical acceleration represents typical non-stationary signals with the time-varying mean square value that must be adequately analysed. The corresponding spectra of these signals cover a wide range of frequencies. Dominant frequencies are depending in general on:

- the track characteristics (track geometry, quality, stiffness, and track structural components).

Line: Zilina - Varin / '97  
Passenger train - Passage of the whole train  
Transducer: BK 4500 - Vertical acceleration / RAIL

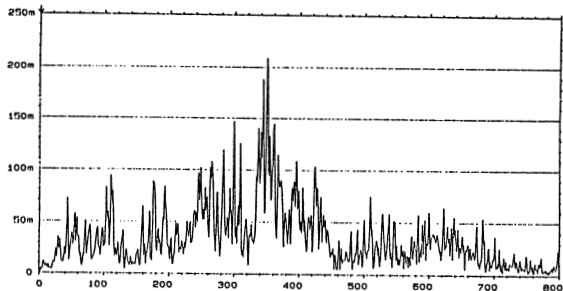
W20 [AUTO SPEC CH.A] [ ] INPUT MAIN Y: 5.83mU<sup>2</sup>/Hz  
Y: 20.0U<sup>2</sup>/Hz PSD LIN X: 0Hz + 800Hz LIN  
#A: 12



SETUP W12 TEPLOJKA - RYCHLINA IC-DELY BRANNA PODVAL  
MEASUREMENT: DUAL SPECTRUM AVERAGING  
TRIGGER: FREE RUN  
DELAY: CH.A-B: 0.00ms  
AVERAGING: LIN 3066 OVERLAP: MAX  
FREQ SPAN: 800Hz ΔF: 1Hz T: 1s ΔT: 488μs  
CENTER FREQ: BASEBAND  
WEIGHTING: HANNING

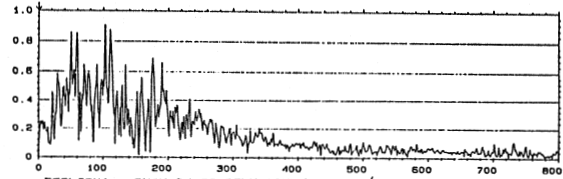
Transducer: BK 4500 - Vertical acceleration / SLEEPER

W20 [AUTO SPEC CH.B] [ ] INPUT MAIN Y: 241μU<sup>2</sup>/Hz  
Y: 250μU<sup>2</sup>/Hz PSD LIN X: 0Hz + 800Hz LIN  
#A: 12



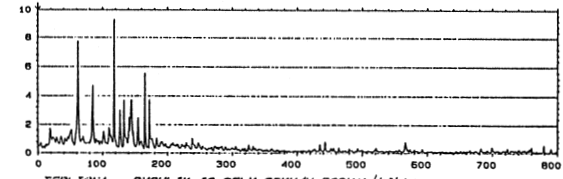
SETUP W12 TEPLOJKA - RYCHLINA IC-DELY BRANNA PODVAL  
MEASUREMENT: DUAL SPECTRUM AVERAGING  
TRIGGER: FREE RUN  
DELAY: CH.A-B: 0.00ms  
AVERAGING: LIN 3066 OVERLAP: MAX  
FREQ SPAN: 800Hz ΔF: 1Hz T: 1s ΔT: 488μs  
CENTER FREQ: BASEBAND  
WEIGHTING: HANNING

W20 FREQ RESP H1 [ ] MAG INPUT MAIN Y: 60.4m  
Y: 1.00 LIN X: 0Hz + 800Hz LIN  
SETUP W12 #A: 12



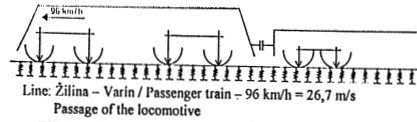
TEPLOJKA - RYCHLINA IC-DELY BRANNA KOLAJ / 100%AL

W20 FREQ RESP H2 [ ] MAG INPUT MAIN Y: 686m  
Y: 10.0 LIN X: 0Hz + 800Hz LIN  
SETUP W12 #A: 12

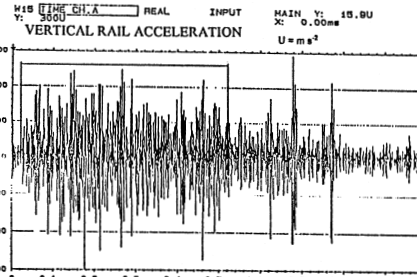


TEPLOJKA - RYCHLINA IC-DELY BRANNA KOLAJ / 100%AL

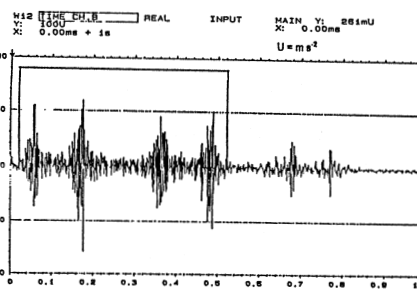
Obr. 6. Analýza vertikálneho zrýchlenia kolajnica a podvalu - prejazd celého osobného vlaku  
Fig. 6 Analysis of the vertical rail and sleeper acceleration - passage of the whole passenger train



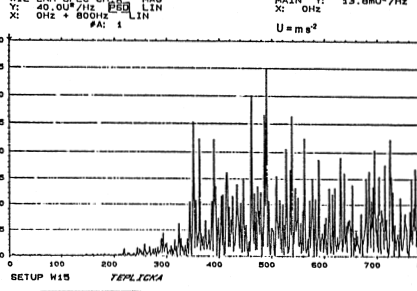
Line: Zilina - Varin / Passenger train - 96 km/h = 26,7 m/s  
Passage of the locomotive



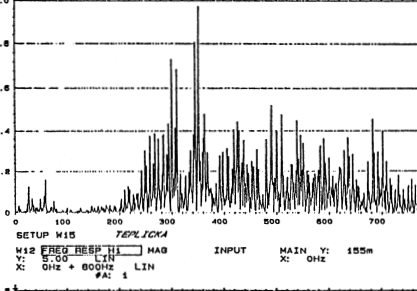
VERTICAL SLEEPER ACCELERATION



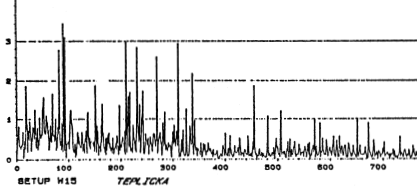
VERTICAL RAIL ACCELERATION



W12 ENH SPEC CH.A [ ] MAG INPUT MAIN Y: 13.8mU<sup>2</sup>/Hz  
Y: 40.0μU<sup>2</sup>/Hz PSD LIN X: 0Hz + 800Hz LIN  
#A: 1

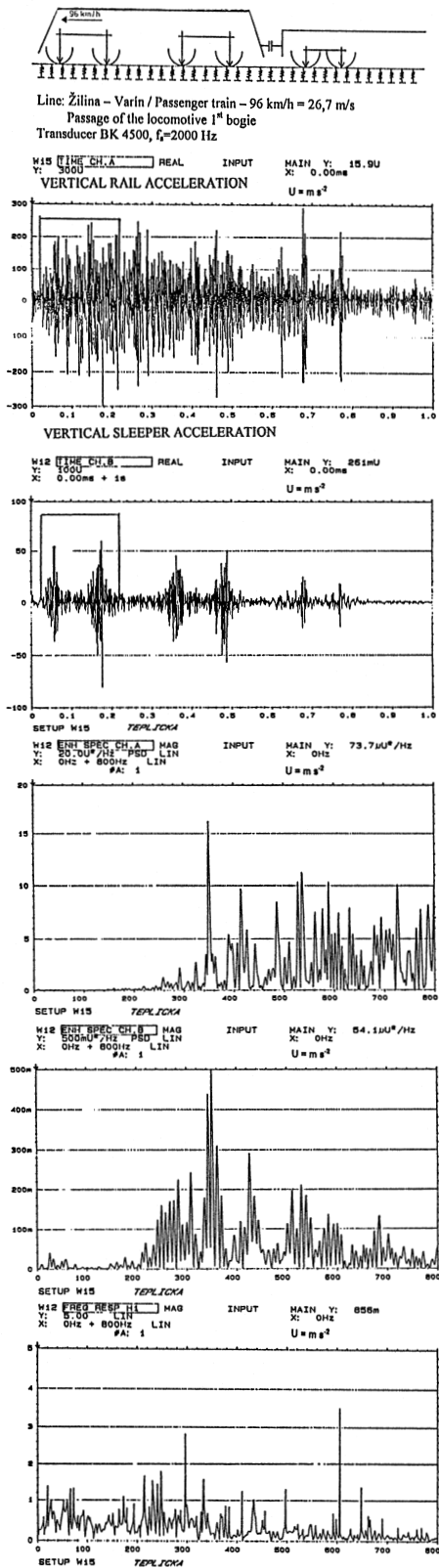


W12 ENH SPEC CH.B [ ] MAG INPUT MAIN Y: 332μU<sup>2</sup>/Hz  
Y: 1.00μU<sup>2</sup>/Hz PSD LIN X: 0Hz + 800Hz LIN  
#A: 1

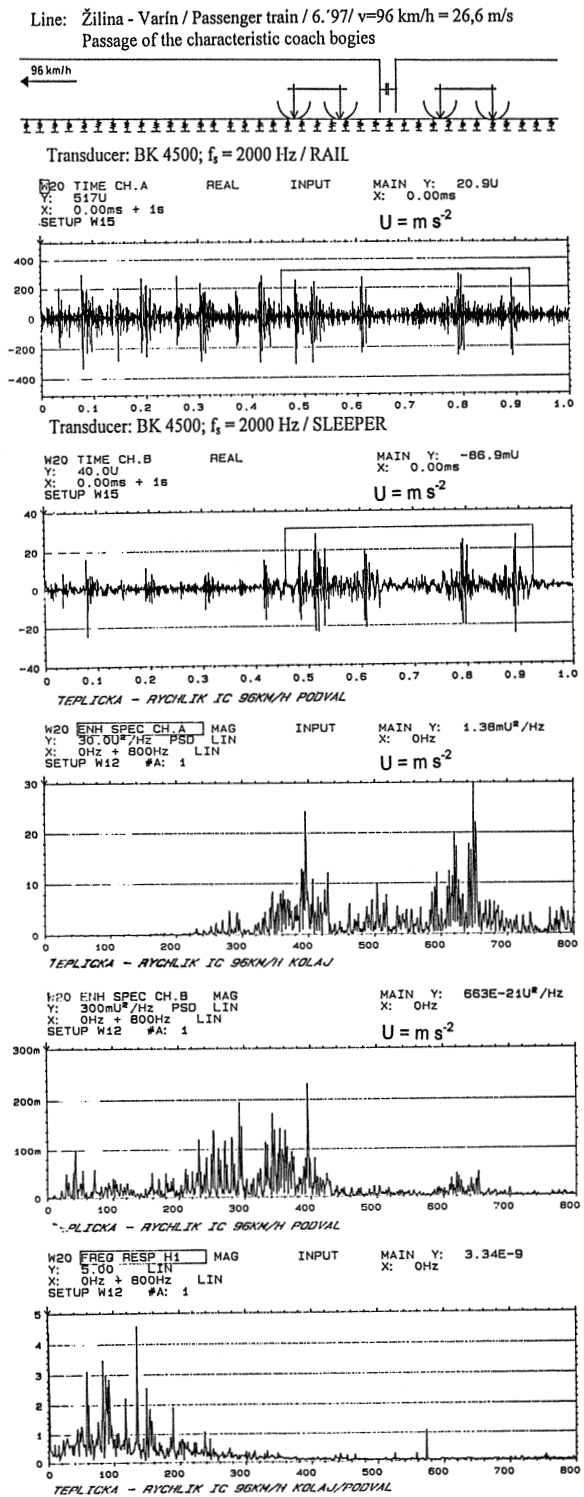


TEPLOJKA

Obr. 7. Analýza prejazdu lokomotiva rýchlosť 96 km/h  
Fig. 7 Analysis of the locomotive passage, speed 96 km/h

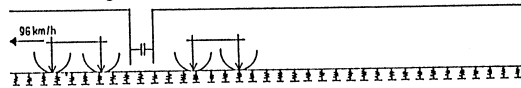


Obr. 8. Analýza prejazdu 1. podvozku lokomotívy, rýchlosť 96 km/h  
Fig. 8 Analysis of the 1st locomotive bogie passage, speed 96 km/h

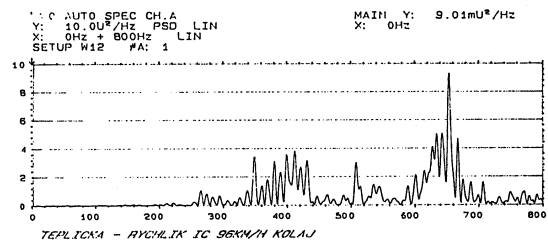
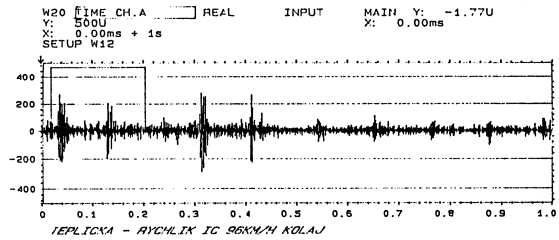


Obr. 9. Analýza prejazdu charakteristických podvozkov vagónov, rýchlosť 96 km/h  
Fig. 9 Analysis of the characteristic coach bogies passage, speed 96 km/h

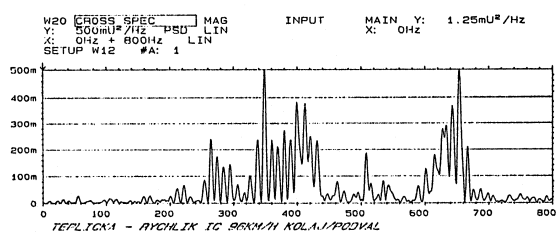
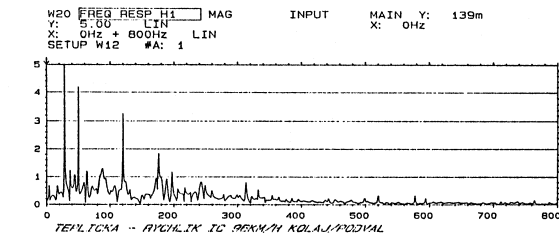
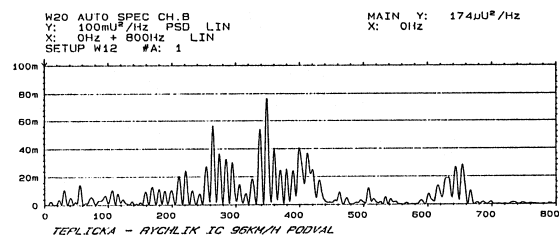
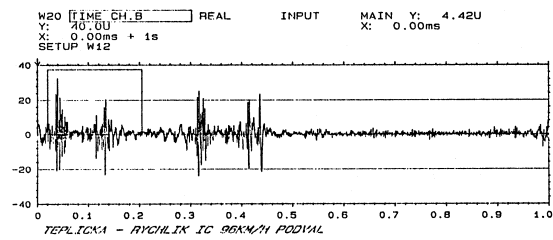
Line: Žilina - Varín / Passenger train / 6.97/  $v=96 \text{ km/h} = 26,6 \text{ m/s}$   
Passage of the characteristic coach bogies



Transducer: BK 4500;  $f_s = 2000 \text{ Hz} / \text{RAIL}$



Transducer: BK 4500;  $f_s = 2000 \text{ Hz} / \text{SLEEPER}$



Obr. 10. Analýza prejazdu podvozka vagóna, rýchlosť 96 km/h  
Fig. 10 Analysis of the one characteristic coach bogie passage, speed 96 km/h

- charakteristik trate (geometria, kvalita, tuhosť zvršku, typ konštrukcie zvršku)
- charakteristik koľajových vozidiel (odpružené, neodpružené hmoty koľajových vozidiel)
- prevádzkových podmienok (zaťaženie trate, rýchlosť).

Výsledky našich meraní preukázali, že celkové hodnoty hladín zrýchlenia sa pohybujú v medziach:

- na koľajniciach 0 - 400 ms<sup>-2</sup> a v extrémnych prípadoch aj viac
- na podvaloch 0 - 60 ms<sup>-2</sup>.

Dominantné frekvencie zrýchlení kmitania ovplyvňujúce konštrukcie trate sú vždy vyššie ako 20 Hz, kedy dynamika trate hrá rozhodujúcu úlohu v interakcii pohybujúce sú vozidlá/trať. Interakčné dynamické sily na styku koleso/koľajnica a ich následný prenos konštrukciou trate sa odohráva prevažne pri vysokých frekvenčných zložkách až do 1000 Hz. Dynamické sily prenášané do štrkového lôžka majú dominantné zložky až do 500 Hz. Získané FRF popisujúce mechanické vlastnosti systému pružného upevnenia potvrdzujú takúto frekvenčnú skladbu prenosu interakčných síl. Tento prenos je však závislý aj od typu koľajového vozidla a jeho rýchlosti s odpovedajúcou frekvenčnou skladbou FRF:

- 0 - 400 Hz pre lokomotivy
- 0 - 200 Hz pre vagóny.

Porovnanie výsledkov teoretického riešenia dynamickej odozvy trate s meranými výsledkami v skutočných prevádzkových podmienkach potvrdilo možnosť pracovať s lineárnymi výpočtovými modelmi (obr. 1), avšak podrobnú analýzu týchto zložitých javov možno získať len na základe odskúšanej metodiky merania dynamickej odozvy trate v daných prevádzkových podmienkach.

## Literatura

- [1] RANDALL, R. B., TECH, B.: Frequency analysis, B&K, 1987.
- [2] TUMA, J.: Spracování signálu získaných z mechanických systému užitím FFT, Sdelovací technika, Praha 1997.
- [3] Dual Channel Signal Analyser Type 2032, B&K Manual.
- [4] MORAVČÍK, M.: Dynamic interaction vehicle-track for low and mid frequencies, Proceedings 60<sup>th</sup> Anniversary of the Faculty of Civil Engineering at the STU Bratislava, Vol.1, p. 59-64.
- [5] MORAVČÍK, M., SIČÁR, M.: Effect of the vertical track stiffness on its dynamic response. Engineering Transaction, PAN Warsaw (v tlači).
- [6] MORAVČÍK, M.: Experience in railway track testing for validation of theoretical dynamic analysis. Procc. Communications on the edge of the millenniums, EDIS Žilina 1998, s. 381-386.

- the vehicle characteristics (unsprung mass of the wheelset)
- the operating conditions (track loading, speed, braking) and in our measurements they have reached levels:
- rail acceleration 0 - 400 ms<sup>-2</sup> and more in extreme cases
- sleeper acceleration 0 - 60 ms<sup>-2</sup>.

The frequency range of particular interest of the track structure can be taken above about 20 Hz, where track dynamics become increasingly important and vehicle dynamics less important. Problems with the running surfaces of wheel and rail and with track components are caused primarily by vertical forces up to about 1000 - 1500 Hz. Forces transmitted through the track structure into the ground structure are most significant up to frequencies about 500 Hz. Problems of vehicle dynamics occur largely at frequencies of less than 20 Hz.

Frequency Response Functions obtained from the auto and cross spectra of analysed signals give a picture about vibration of track components and about the transfer of dynamic forces by track components. They confirm that dynamic forces are transmitted through the track in particular by the higher frequency components:

- 0-400 Hz for locomotives
- 0-200 Hz for bogies of coaches.

Comparison results of the dynamic response measurements with the theoretical ones showed that the track response can be predicted by the linear interaction vehicle/track mathematical model fairly well, but for real track conditions the comprehensive information about the reliability of superstructure and the real dynamic track behaviour better results gives the properly realised response measurement.

## References

- [1] RANDALL, R. B., TECH, B.: Frequency analysis, B&K, 1987.
- [2] TUMA, J.: Spracování signálu získaných z mechanických systému užitím FFT, Sdelovací technika, Praha 1997.
- [3] Dual Channel Signal Analyser Type 2032, B&K Manual.
- [4] MORAVČÍK, M.: Dynamic interaction vehicle-track for low and mid frequencies, Proceedings 60<sup>th</sup> Anniversary of the Faculty of Civil Engineering at the STU Bratislava, Vol.1, p. 59-64.
- [5] MORAVČÍK, M., SIČÁR, M.: Effect of the vertical track stiffness on its dynamic response. Engineering Transaction, PAN Warsaw (in printing).
- [6] MORAVČÍK, M.: Experience in railway track testing for validation of theoretical dynamic analysis. Procc. Communications on the edge of the millenniums, EDIS Žilina 1998, p.381-386.